Compétition des Énigmes Mathématiques

Niveau Troisième - EFI

Règles de la compétition

Deux groupes s'affrontent autour d'énigmes mathématiques. Chaque énigme rapporte un certain nombre de points, attribués quelle que soit la méthode utilisée pour la résoudre.
Vous pouvez demander un indice en appelant l'organisateur. Attention : si vous demandez un indice, l'autre équipe recevra aussi le même indice. L'objectif est donc d'obtenir le meilleur score possible en gardant un avantage stratégique.

Énigme 1: Le bal ! (1) pts

Dans un bal se trouvent 20 jeunes gens. Le premier garçon danse avec 5 filles, le second avec 6 filles, et ainsi de suite, le dernier dansant avec toutes les filles présentes au bal.

Combien y a-t-il de garçons et de filles ?

Correction de l'énigme 1: Le bal !

Notons x le nombre de garçons.

Le premier garçon danse avec 5 filles. Le deuxième avec 6, le troisième avec 7, ..., donc le x-ième danse avec $5 + (x - 1)$ filles.

Il y a donc en tout :

$$x \text{ garçons } + 5 + (x - 1) \text{ filles } = 20$$

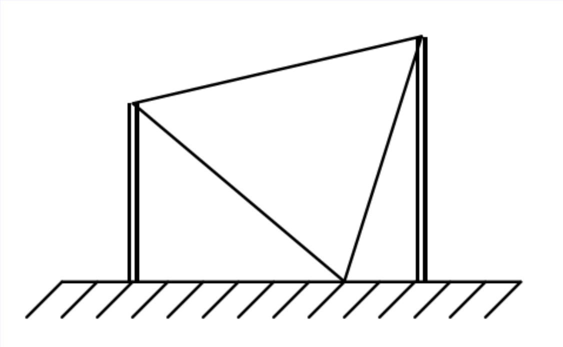
ce qui donne :

$$x + 5 + x - 1 = 20 \Rightarrow 2x + 4 = 20 \Rightarrow x = 8$$

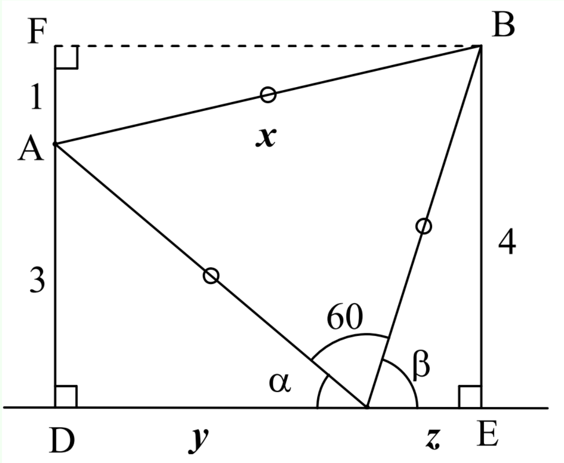
Il y a donc $\boxed{\text{8 garçons}}$ et $\boxed{\text{12 filles}}$.

Énigme 2: Le drapeau (6) pts

Un drapeau a la forme d'un triangle équilatéral.
Il est suspendu par deux de ses sommets en haut de mâts verticaux de 3 et 4 mètres.
Le $3^{\text{ème}}$ sommet affleure exactement le sol.
Quelle est la longueur du côté de ce drapeau ?



Correction de l'énigme 2: Le drapeau



Les triangles ADC, BCE et AFE sont rectangles respectivement en D, E et F, donc d'après la propriété de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \quad \text{soit} \quad x^2 = 9 + y^2 \quad \Rightarrow \quad y^2 = x^2 - 9 \tag{1}$$
$$BC^2 = BE^2 + EC^2 \quad \text{soit} \quad x^2 = 16 + z^2 \quad \Rightarrow \quad z^2 = x^2 - 16 \tag{2}$$
$$AB^2 = AF^2 + FB^2 \quad \text{soit} \quad x^2 = 1 + (y+z)^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 1 + y^2 + z^2 + 2yz \tag{3}$$

L'addition de (1) et (2) nous donne :

$$y^2 + z^2 = 2x^2 - 25$$

On remplace dans (3) :

$$x^2 = 1 + (2x^2 - 25) + 2yz \quad \Rightarrow \quad 2yz = x^2 - 1 - 2x^2 + 25 = 24 - x^2$$
$$\Rightarrow \quad 4y^2z^2 = (24 - x^2)^2$$

On remplace y^2 et z^2 par leur valeur donnée en (1) et (2) :

$$4(x^2 - 9)(x^2 - 16) = (24 - x^2)^2$$

On obtient donc :

$$4(x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 144) = 576 - 48x^2 + x^4$$

$$\Leftrightarrow 4x^4 - 100x^2 + 576 = 576 - 48x^2 + x^4$$
$$\Leftrightarrow 3x^4 + 52x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2(3x^2 + 52) = 0$$

Donc :

$$x^2 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 = \frac{52}{3} \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{52}{3}} \approx 4{,}16$$

Or x est une longueur non nulle, donc le côté du drapeau mesure :

$$\boxed{\sqrt{\frac{52}{3}} \text{ mètres, soit environ } \mathbf{4{,}16} \text{ mètres.}}$$

Autre méthode avec la trigonométrie.

On sait que $\widehat{DCE}$ est un angle plat, donc $\alpha + 60 + \beta = 180$, donc $\alpha + \beta = 120$ soit $\boxed{\beta = 120 - \alpha}$.

Donc

$$\sin\beta = \sin(120 - \alpha) = \sin 120 \cos\alpha - \cos 120 \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \left(\frac{1}{2}\right)\sin\alpha$$

Donc

$$\sin\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha \quad (*)$$

Dans le triangle ABD rectangle en D, on a : $\cos\alpha = \frac{y}{x}$ et $\sin\alpha = \frac{3}{x}$

Dans le triangle BEC rectangle en E, on a : $\sin\beta = \frac{4}{x}$

On remplace $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ et $\sin\beta$ par leur valeur dans (*) :

$$\frac{4}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{y}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{x}$$

On obtient alors :

$$2 \times 4 = \sqrt{3}y + 3 \quad \text{soit} \quad y = \frac{8-3}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

Or le triangle ADC est rectangle en D, donc d'après la propriété de Pythagore, on a :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \quad \text{soit} \quad x^2 = 9 + y^2 \quad \text{soit} \quad x^2 = 9 + \frac{25}{3} = \frac{52}{3}$$

$$\text{soit} \quad x = \sqrt{\frac{52}{3}} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{\frac{52}{3}}$$

Comme x est une longueur, on obtient : $\boxed{x = \sqrt{\frac{52}{3}}}$

Énigme 3: Ma fille (2) pts

Si j'échange les chiffres de mon âge, j'obtiens l'âge de ma fille. Quand cette dernière est née, j'avais entre 20 et 30 ans. Mais combien exactement ?

Correction de l'énigme 3: Ma fille

On note x le chiffre des dizaines de mon âge (actuel), et y le chiffre des unités. xy est donc mon âge, et yx est celui de ma fille. Notre différence d'âge est $xy - yx$, c'est donc l'âge que j'avais à sa naissance.
Or,

$$xy - yx = 10x + y - (10y + x) = 9(x - y)$$

C'est donc un multiple de 9, qui est compris entre 20 et 30. Mon âge à la naissance était donc **27 ans**.
Remarquons qu'on ne peut pas déterminer mon âge à l'aide des indications données. La seule chose que l'on sait est que $x - y = 3$. Je peux aussi bien avoir 30 ans, 41 ans, 52 ans, ...

Énigme 4: Thomas Pesquet (1) pts

La station spatiale internationale (ISS) orbite autour de la terre à 400 km d'altitude à la vitesse de 27 600 km/h. Depuis qu'il est astronaute Thomas Pesquet a passé 395 jours dans l'espace. Combien de tours a-t-il effectué autour de la terre ? On considère que le rayon de la terre est environ de 6 400 km.

Correction de l'énigme 4: Thomas Pesquet

La station spatiale internationale (ISS) orbite à 400 km au-dessus de la Terre.

Le rayon de la Terre est de 6 400 km, donc le rayon de l'orbite est :

$$R = 6\,400 + 400 = 6\,800 \text{ km}$$

Le périmètre de l'orbite (en supposant une orbite circulaire) est donné par :

$$P = 2\pi R = 2\pi \times 6\,800 \approx 42\,724 \text{ km}$$

Chaque tour de la Terre fait donc environ **42 724 km**.

Thomas Pesquet a passé 395 jours dans l'espace, soit :

$$395 \times 24 = 9\,480 \text{ heures}$$

À une vitesse constante de 27 600 km/h, il a parcouru :

$$27\,600 \times 9\,480 = 261\,648\,000 \text{ km}$$

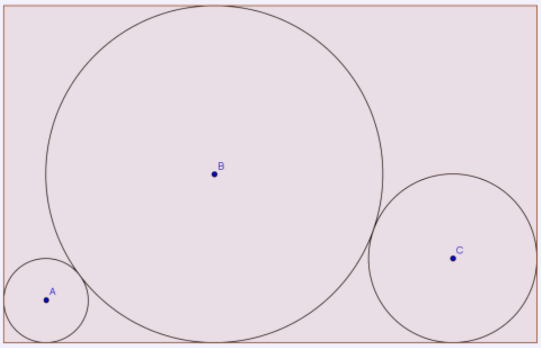
Le nombre de tours effectués est donc :

$$\frac{261\,648\,000}{42\,724} \approx 6\,125 \text{ tours}$$

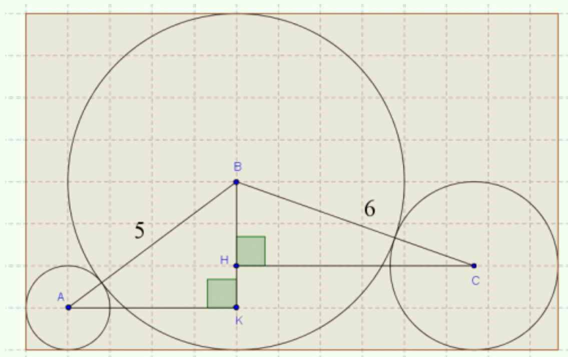
Thomas Pesquet a donc effectué environ $\boxed{\textbf{6 125 tours}}$ autour de la Terre.

Énigme 5: 3 cercles tangents (4) pts

Déterminer la longueur du rectangle, lorsque les 3 cercles ont pour rayons respectifs 1, 4, 2.



Correction de l'énigme 5: 3 cercles tangents



On trace la parallèle à la longueur du rectangle passant par A, puis celle passant par C, puis la perpendiculaire à ces deux droites passant par B. Enfin, on trace les segments $[AB]$ et $[BC]$ qui passent par les points où les cercles sont tangents.

On obtient alors deux triangles rectangles $\triangle AKB$ et $\triangle BHC$ dont les hypothénuses mesurent :

$$AB = 1 + 4 = 5 \quad \text{et} \quad BC = 4 + 2 = 6$$

D'autre part, la longueur BK est égale à la différence des rayons des cercles de centres respectifs B et A, soit :

$$BK = 4 - 1 = 3$$

De même, la longueur BH est :

$$BH = 4 - 2 = 2$$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle $\triangle ABK$:

$$AK^2 + BK^2 = AB^2 \quad \Rightarrow \quad AK^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \quad \Rightarrow \quad AK = 4$$

Dans le triangle $\triangle BHC$:

$$BH^2 + HC^2 = BC^2 \quad \Rightarrow \quad HC^2 = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32 \quad \Rightarrow \quad HC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

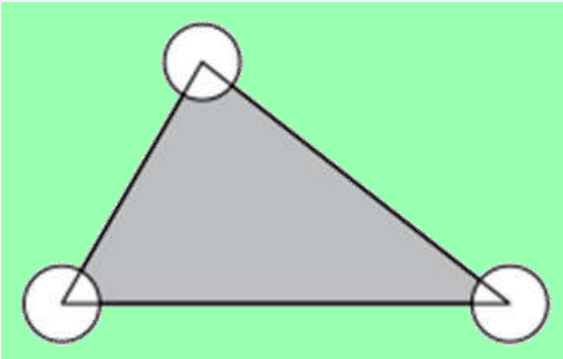
Si l'on désigne par R_1 et R_3 les rayons des cercles de centres A et C, et par L la longueur du rectangle, on a alors :

$$L = R_1 + AK + HC + R_3 = 1 + 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 7 + 4\sqrt{2}$$

Donc la longueur du rectangle est $\boxed{7 + 4\sqrt{2}}$ **unités** (environ $12,66$).

Énigme 6: Drôle de triangle (1) pts

Sur cette figure, l'aire du triangle est 75 cm². Le diamètre des trois cercles de centre les sommets du triangle est 6 cm. Quelle est l'aire de la surface grisée ?



Correction de l'énigme 6: Surface grisée corrigée

On sait que l'aire du triangle est de 75 cm^2.

Les diamètre sont de 6 cm, donc leur rayon est :

$$r = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

L'aire d'un disque complet de rayon 3 cm est :

$$\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

La somme des angles d'un triangle est de 180°, donc la surface totale des trois secteurs correspond en réalité à un demi-disque (180°) car les secteurs se recouvrent partiellement.

Ainsi, la surface à retirer correspond à la moitié de l'aire d'un disque complet de rayon 3 cm :

$$\mathcal{A}_{\text{secteurs}} = \frac{1}{2} \times 9\pi = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^2$$

La surface grisée est donc la surface du triangle moins la surface des secteurs :

$$\mathcal{A}_{\text{grisée}} = 75 - \frac{9\pi}{2}$$

Approximons cette valeur numériquement avec $\pi \approx 3{,}14$:

$$\frac{9\pi}{2} \approx \frac{9 \times 3{,}14}{2} = \frac{28{,}26}{2} = 14{,}13$$

$$\mathcal{A}_{\text{grisée}} \approx 75 - 14{,}13 = \boxed{60{,}87 \text{ cm}^2}$$

Conclusion : l'aire de la surface grisée est environ $\boxed{60{,}9 \text{ cm}^2}$.

Énigme 7: Vélo asymétrique (2) pts

La roue avant d'un vélo a 60 cm de diamètre alors que la roue arrière a 70 cm de diamètre.
Lors d'un trajet, la roue avant a fait 70 tours de plus que la roue arrière.
Quelle est la longueur du trajet ?

Correction de l'énigme 7: Vélo asymétrique

On note $d_f = 60$ cm le diamètre de la roue avant, et $d_a = 70$ cm celui de la roue arrière.

Le rayon de la roue avant est :

$$r_f = \frac{d_f}{2} = 30 \text{ cm}$$

et celui de la roue arrière :

$$r_a = \frac{d_a}{2} = 35 \text{ cm}$$

La circonférence de chaque roue, c'est-à-dire la distance parcourue en un tour, est donnée par :

$$C_f = 2\pi r_f = 2\pi \times 30 = 60\pi \text{ cm}$$

$$C_a = 2\pi r_a = 2\pi \times 35 = 70\pi \text{ cm}$$

On note n_a le nombre de tours effectués par la roue arrière, et donc $n_f = n_a + 70$ ceux effectués par la roue avant.

La longueur du trajet est la même pour les deux roues, donc :

$$n_f \times C_f = n_a \times C_a$$

$$(n_a + 70) \times 60\pi = n_a \times 70\pi$$

On peut simplifier par π :

$$60n_a + 4200 = 70n_a$$

$$4200 = 70n_a - 60n_a = 10n_a$$

$$n_a = 420$$

Le nombre de tours de la roue avant est :

$$n_f = n_a + 70 = 420 + 70 = 490$$

La longueur du trajet est donc :

$$L = n_a \times C_a = 420 \times 70\pi = 29\,400\pi \text{ cm}$$

En mètres :

$$L = 29400\pi \div 100 \approx 294 \times 3{,}14 = 922{,}9 \text{ m}$$

Le trajet mesure environ $\boxed{923}$ mètres.

Énigme 8: Codes (2) pts

On veut ouvrir un coffre-fort dont le code est un nombre à trois chiffres.
Voici les tentatives de quelqu'un qui ne connaît pas le code :

— 408 : aucun chiffre n'est correct (ni bien, ni mal placé)
— 369 : un seul chiffre est correct et ce chiffre est bien placé
— 980 : un seul chiffre est correct mais ce chiffre est mal placé
— 637 : un seul chiffre est correct mais ce chiffre est mal placé
— 235 : un seul chiffre est correct mais ce chiffre est mal placé

Combien de possibilités a-t-on d'après ces informations ? Les donner toutes.

Correction de l'énigme 8: Codes

Il y a **3 possibilités** : 729 ; 759 ; 579.

L'affirmation (1) permet d'éliminer les chiffres 0, 4 et 8, et grâce à la (3) on peut affirmer que 9 est dans le code.
L'affirmation (2) permet alors d'affirmer que 9 est en dernière position et d'éliminer les chiffres 3 et 6.
L'affirmation (4) permet alors d'affirmer que 7 est dans le code en $1^{\text{ère}}$ ou $2^{\text{ème}}$ position.
Enfin, l'affirmation (5) permet d'affirmer que le dernier chiffre à trouver est soit 2, soit 5. Et si 2 est dans le code, il n'est pas en première position.

Il y a donc **3 possibilités** pour le code : $\boxed{729}$, $\boxed{759}$ ou $\boxed{579}$.

Énigme 9: Le radeau et le courant (3) pts

Un bateau à moteur a mis 5 heures pour aller de la ville A à la ville B en descendant un fleuve. Au retour, il a mis 7 heures en gardant la même vitesse propre.

Vous partez de la ville A sur un radeau (sans moteur) pour aller à la ville B en vous laissant porter par le courant.

Quelle sera la durée du trajet ?

Correction de l'énigme 9: Le radeau

Notons :
- v : la vitesse propre du bateau (par rapport à l'eau),
- c : la vitesse du courant,
- d : la distance entre les villes A et B.

En descendant le fleuve, la vitesse du bateau est $v + c$, et il met 5 heures :

$$v + c = \frac{d}{5}$$

En remontant, la vitesse est $v - c$, et il met 7 heures :

$$v + c = \frac{d}{7}$$

On peut soustraire les deux équations (1) - (2) membre à membre :

$$2c = \frac{2}{35}d$$

Donc au final on a le temps total du radeau :

$$t = \frac{d}{c} = \frac{d}{\frac{d}{35}} = \boxed{35}$$

Le radeau mettra donc $\boxed{\textbf{35 heures}}$ pour aller de A à B.

Énigme 10: Anniversaire de Vincent (2) pts

Le 24 février 2014, Vincent a fêté son anniversaire.
En présence de ses amis réunis pour l'occasion, il a fait la remarque suivante :

« Cette année, mon âge est égal à la somme des chiffres de mon année de naissance. »

Quel est l'âge de Vincent en 2014 ? Quelle est son année de naissance ?

Correction de l'énigme 10: Anniversaire de Vincent

Soit x l'année de naissance de Vincent.
En 2014, son âge est :

$$\text{Âge} = 2014 - x$$

D'après l'énoncé, cet âge est égal à la somme des chiffres de son année de naissance, soit :

$$\text{Somme des chiffres de } x = S(x)$$

Donc :

$$2014 - x = S(x) \Rightarrow x + S(x) = 2014$$

Essayons quelques années autour de 1980.

Pour $x = 1980$, $S(x) = 1 + 9 + 8 + 0 = 18 \Rightarrow 1980 + 18 = 1998 \neq 2014$
Pour $x = 1989$, $S(x) = 1 + 9 + 8 + 9 = 27 \Rightarrow 1989 + 27 = 2016$
Pour $x = 1987$, $S(x) = 1 + 9 + 8 + 7 = 25 \Rightarrow 1987 + 25 = 2012$
Pour $x = 1988$, $S(x) = 1 + 9 + 8 + 8 = 26 \Rightarrow 1988 + 26 = 2014$

Bingo ! $x = 1988$

Donc Vincent est né en $\boxed{1988}$, et en 2014 il a $\boxed{\text{26 ans}}$.

Énigme 11: Mesurer 9 minutes avec 2 sabliers (3) pts

Le célèbre père Fouras pose une question à un candidat de Fort Boyard.
Il décide de lui laisser 9 minutes pour répondre, mais il ne dispose que d'un sablier de 4 minutes et d'un autre de 7 minutes.

Comment mesurer exactement 9 minutes avec ces deux sabliers ?

Indice : on peut retourner les sabliers plusieurs fois, pas forcément en même temps.

Correction de l'énigme 11: Mesurer 9 minutes avec 2 sabliers

Voici une méthode possible :

1. On retourne les deux sabliers en même temps.
2. Lorsque le sablier de 4 minutes est écoulé, on le retourne immédiatement (le sablier de 7 minutes continue son écoulement, il lui reste alors 3 minutes).
3. Lorsque le sablier de 7 minutes est écoulé, on a donc mesuré 7 minutes $(4 + 3)$.
4. À ce moment, le sablier de 4 minutes est en train de s'écouler depuis 3 minutes, il lui reste donc 1 minute.
5. Lorsque ce sablier de 4 minutes est vide (1 minute supplémentaire), on a mesuré 8 minutes.
6. Enfin, on retourne le sablier de 7 minutes (qui vient juste de se terminer, donc il est vide) ; quand il sera écoulé, il se sera écoulé 1 minute de plus, donc 9 minutes au total.

Ainsi, en retournant les sabliers 3 fois au total, on peut mesurer précisément 9 minutes.

En résumé : $4 + 3 + 1 + 1 = 9$ minutes.

Énigme 12: Le pompier et l'échelle (3) pts

Une maison brûle. Un pompier se tient sur le barreau du milieu d'une échelle et arrose l'incendie.
Les flammes se calment, il monte de 5 barreaux. Le vent souffle, le pompier redescend de 7 barreaux.
Un peu plus tard, il remonte de 8 barreaux et reste là jusqu'à ce que l'incendie soit éteint. Alors il grimpe les 7 derniers barreaux et pénètre dans la maison.

Combien l'échelle a-t-elle de barreaux ?

Correction de l'énigme 12: Le pompier et l'échelle

Notons n le nombre total de barreaux de l'échelle.
Le pompier se tient d'abord sur le barreau du milieu, donc il y a autant de barreaux au-dessus que dessous. Le nombre total n est donc impair.

Appelons m le numéro du barreau du milieu, alors :

$$m = \frac{n+1}{2}$$

Le pompier effectue successivement les déplacements suivants :

$$+5, \quad -7, \quad +8, \quad +7$$

Calculons le déplacement total par rapport au barreau du milieu :

$$5 - 7 + 8 + 7 = 13$$

Le pompier finit donc 13 barreaux au-dessus du milieu.

Puisqu'il reste sur l'échelle, le plus haut barreau est à la position n, donc :

$$m + 13 = n$$

Remplaçons $m = \frac{n+1}{2}$:

$$\frac{n+1}{2} + 13 = n$$

Multiplions par 2 :

$$n + 1 + 26 = 2n$$

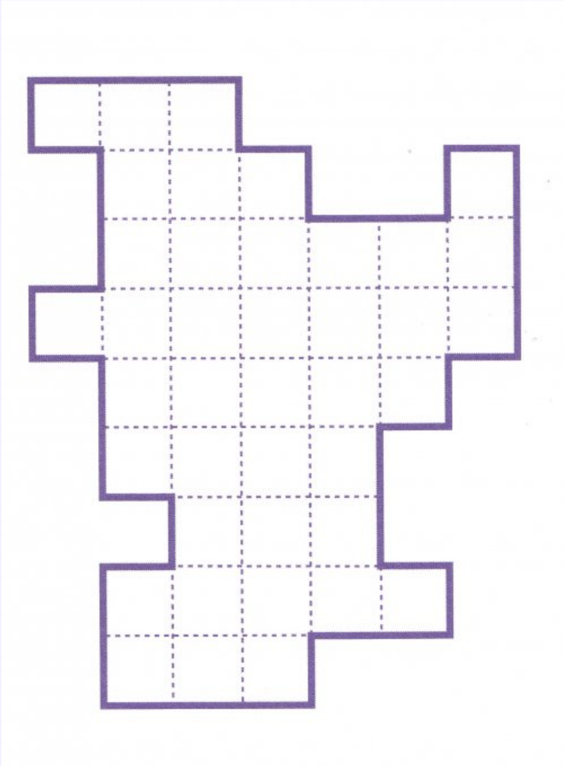
$$n + 27 = 2n$$

$$27 = 2n - n = n$$

L'échelle a donc $\boxed{27}$ barreaux.

Énigme 13: Succession difficile (2) pts

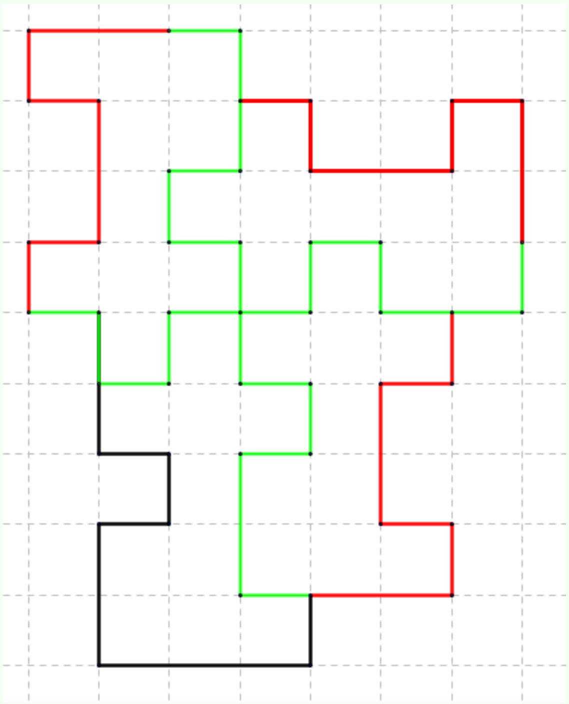
Un propriétaire terrien rédige son testament. Il souhaite répartir entre ses quatre fils très pointilleux et jaloux le terrain qu'il possède, en attribuant à chacun une partie exactement identique. Le plan du terrain figure ci-dessous. Les carreaux ne peuvent être divisés.



Aidez le propriétaire à partager ce terrain.

Correction de l'énigme 13:

Un comptage permet de conclure que chaque partie doit comporter exactement 10 carreaux. En observant plus attentivement, on remarque qu'un même motif apparaît 3 fois sur le pourtour (on le retrouve une quatrième fois à l'intérieur de la figure). ces remarques permettent de démarrer, on termine le découpage par une succession d'essais.



Énigme 14: Course à handicap (2) pts

Lorsqu'ils courent le 100 mètres, Thimothée, Alban et Vincent sont de forces très inégales.
Thimothée et Alban arrivent ensemble au poteau si Thimothée part avec 20 mètres d'avance.
Alban et Vincent arrivent ensemble au poteau si Alban part avec 25 mètres d'avance.
Thimothée et Vincent mesurent leurs forces et désirent arriver ensemble au poteau.

À quelle distance doivent-ils partir l'un de l'autre ?

Correction de l'énigme 14: Course à handicap

Nous supposons que les trois sportifs courent à vitesse constante.

Dans un même temps, si Thimothée part avec 20 mètres d'avance sur Alban, alors :

Thimothée court 80 m, Alban court 100 m.

Donc :

$$v_T = \frac{80}{t}, \quad v_A = \frac{100}{t} \Rightarrow \frac{v_T}{v_A} = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}.$$

De même, Alban part avec 25 mètres d'avance sur Vincent et ils arrivent ensemble :

Alban court 75 m, Vincent court 100 m.

Donc :

$$\frac{v_A}{v_V} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}.$$

On en déduit le rapport entre les vitesses de Thimothée et Vincent :

$$\frac{v_T}{v_V} = \frac{v_T}{v_A} \times \frac{v_A}{v_V} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}.$$

Ainsi, dans le temps que met Vincent pour courir 100 mètres, Thimothée parcourt :

$$\frac{3}{5} \times 100 = 60 \text{ m}.$$

Pour arriver ensemble, Thimothée doit donc partir avec :

$$100 - 60 = \boxed{40 \text{ mètres d'avance}}.$$

Énigme 15: Peinture et découpage d'un cube (3) pts

On peint les six faces d'un grand cube. On scie ce grand cube quinze fois, cinq fois dans chaque direction, pour former des petits cubes de même dimension. Aucun morceau ne doit être déplacé avant la fin du sciage.

Combien de petits cubes obtient-on ?
Certains de ces petits cubes auront au moins une face peinte — on dira qu'ils sont colorés — tandis que les autres ne porteront aucune trace de peinture.

Quel est le nombre de petits cubes colorés ?

Correction de l'énigme 15: Peinture et découpage d'un cube

Chaque arête du grand cube est découpée en 6 petits segments (5 coupes par arête), donc le cube est découpé en :

$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

petits cubes.

Les petits cubes non colorés correspondent à ceux complètement à l'intérieur, sans face peinte, formant un cube intérieur dont les dimensions sont réduites d'une couche sur chaque face, soit :

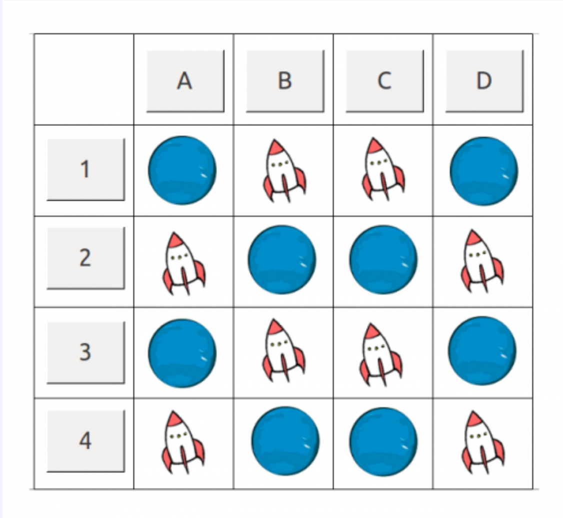
$$(6-2)^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64.$$

Le nombre de petits cubes colorés est donc :

$$216 - 64 = \boxed{152}.$$

Énigme 16: Les fusées (2) pts

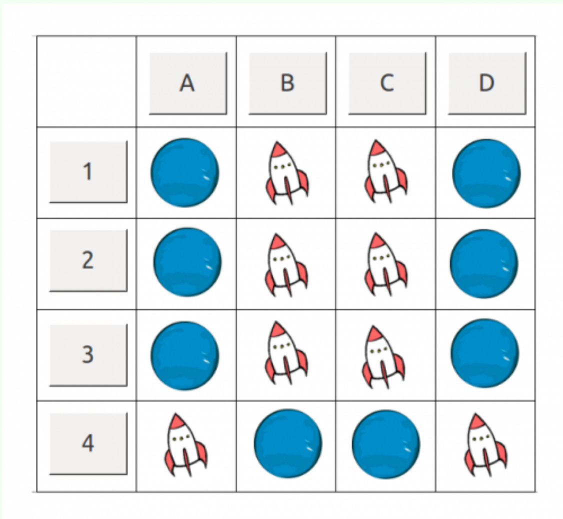
Voici un tableau magique :



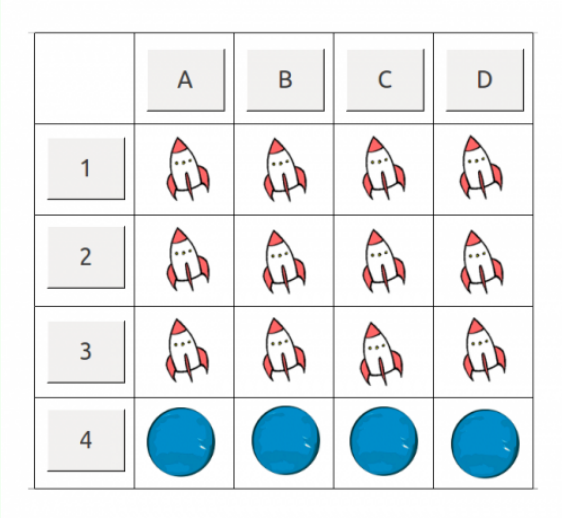
En appuyant sur les boutons A, B, C et D, les images de la colonne correspondante permutent (une Terre devient une fusée et inversement). De même, en appuyant sur les boutons 1, 2, 3 et 4, les images de la ligne correspondante permutent.
En combien de coups au minimum peut-on remplir ce tableau de fusées ?

Correction de l'énigme 16: E

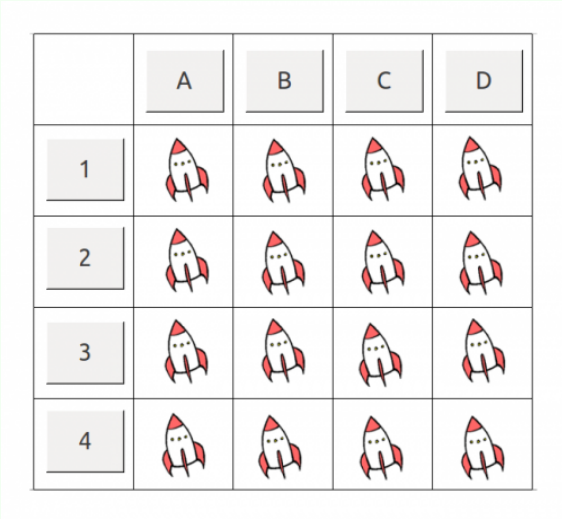
tape 1 - On presse le bouton 2 :



Etape 2 - On presse les boutons A et D :



Etape 3 - On presse le bouton 4 :



Il est possible de remplir le tableau de fusées en quatre coups.

Énigme 17: Trois cyclistes sur un vélodrome (3) pts

Trois cyclistes démarrent ensemble et font le tour d'un vélodrome. On suppose qu'ils roulent tous à allure constante.

— Le premier fait un tour en 1 minute 12 secondes ;
— Le deuxième fait un tour en 1 minute 15 secondes ;
— Le troisième fait un tour en 1 minute 20 secondes.

Au bout de combien de temps franchissent-ils de nouveau ensemble la ligne d'arrivée ?

Correction de l'énigme 17: Trois cyclistes sur un vélodrome

On transforme les durées en secondes :

$$72, \quad 75, \quad 80.$$

Il faut ensuite trouver le Plus Petit Multiple Commun (PPCM) de ces trois nombres.

Le PPCM de 72, 75 et 80 est :

$$\mathrm{PPCM}(72, 75, 80) = 3600.$$

Ils franchissent donc de nouveau ensemble la ligne d'arrivée au bout de $\boxed{3600}$ secondes, soit une heure.

Énigme 18: Cryptarithmétique : Trouver les chiffres (2) pts

Dans l'opération suivante, chaque lettre représente toujours le même chiffre. Deux lettres différentes représentent deux chiffres différents. Aucun des nombres représentés par un mot ne commence par zéro.

$$\begin{array}{cccccccc} & & & S & P & O & R & T \\ + & & E & F & F & O & R & T \\ \hline & P & L & A & I & S & I & R \end{array}$$

Quels chiffres se cachent derrière chacune de ces lettres ?

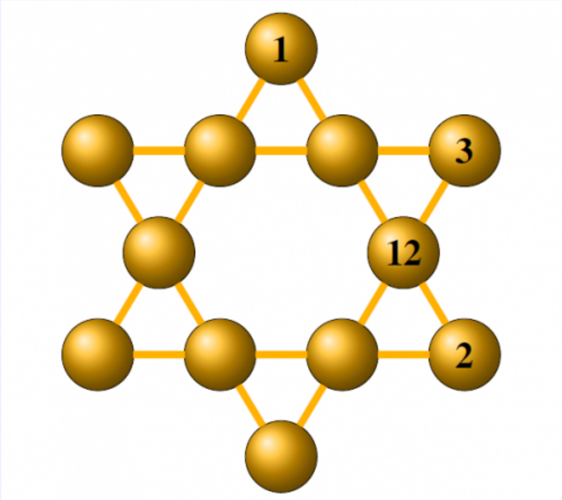
Correction de l'énigme 18: Cryptarithmétique : Trouver les chiffres

$$\begin{array}{cccccccc} & & & 7 & 1 & 3 & 8 & 4 \\ + & & 9 & 5 & 5 & 3 & 8 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & 2 & 6 & 7 & 6 & 8 \end{array}$$

Énigme 19: Somme magique des maillots (3) pts

Dans les vestiaires, Antoine s'est amusé à placer les maillots des 12 joueurs de foot de son équipe (11 titulaires et 1 remplaçant) de telle sorte que la somme de 4 nombres alignés soit toujours la même.

Place les nombres de 4 à 11 dans les emplacements manquants.



Correction de l'énigme 19:

Notons S la somme commune à tous les alignements : il y a 6 alignements et chaque nombre fait partie de 2 alignements, donc

$$6S = 2 \times (1 + 2 + \cdots + 12) \implies S = 26.$$

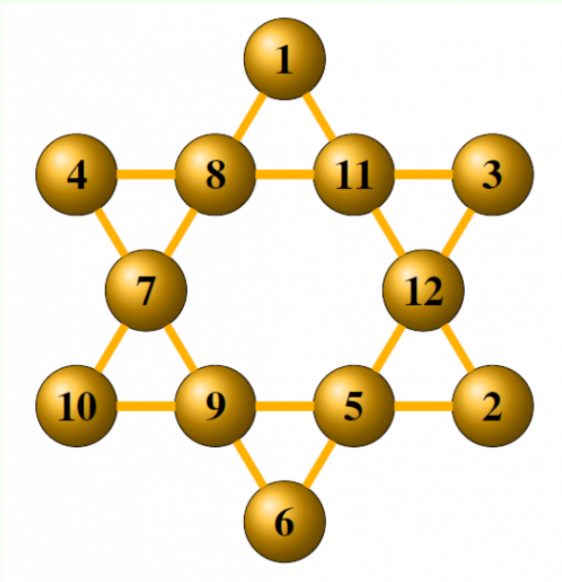
Ainsi, $1, 12$ et 2 sont alignés avec 11 pour faire 26.
Dans l'alignement du 12 et du 3, on a $12 + 3 = 15$, donc il faut faire 11 avec deux nombres :

$$11 = 4 + 7 = 5 + 6.$$

Dans l'alignement du 3 et du 11, on a $11 + 3 = 14$, donc il faut faire 12 avec deux nombres :

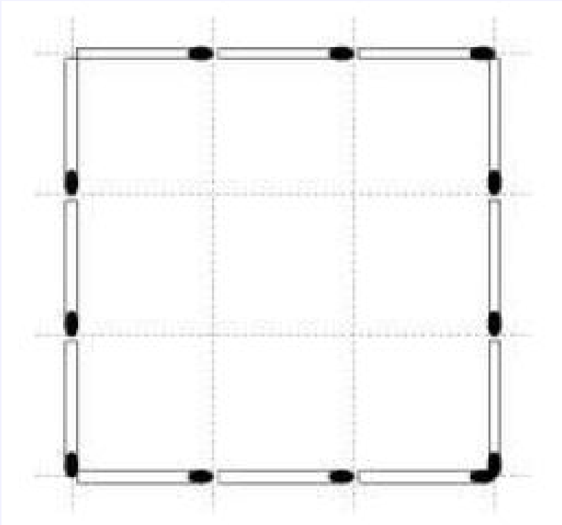
$$12 = 4 + 8 = 5 + 7.$$

Le raisonnement montre qu'on est obligé d'aligner le 8 avec le 1, sinon il serait impossible de faire 26. De même, on doit aligner le 5 avec le 2, sinon il ne resterait que $7, 9, 10$ à placer, ce qui est impossible.
Les trois emplacements manquants se déduisent facilement.



Énigme 20: Allumettes et aire (3) pts

Les douze allumettes ci-dessous déterminent une surface carrée d'aire égale à 225 cm² (une allumette mesure exactement 5 cm de long).



Sur le même quadrillage (des carrés de 5 cm de côté), vous devez trouver une autre disposition de ces douze allumettes de façon à former un polygone non croisé dont tous les sommets sont des nœuds du quadrillage et dont l'aire vaut exactement 75 cm².

Correction de l'énigme 20:

Avec 12 allumettes, on peut former le célèbre triangle rectangle dont les côtés mesurent 3, 4 et 5 allumettes.
Il est alors possible de diminuer l'aire de ce triangle en "retirant" 3 carrés.
Voici une disposition possible :