Module HAT002T
Hydro-morphodynamisme littoral & portuaire avancé

Séance diverse

Session 04

Ronan Dupont

Pour ce TP, vous serez assez libres et vous aurez le choix. Le but de ce TP est d'approfondir les acquis des dernier TP. Plusieurs parties seront proposés.

1 Volumes finis

1.1 Continuation du TP 2

Vous pourrez continuer le TP2 en approfondissant les aspects au choix :

- Implémenter en 2D
- Tracer des courbes d'erreurs sur les cas tests
- Comparer les schémas numériques
- Implémenter vos propres schémas numériques (trouvés sur internet) et comparer.

1.2 Nouveau système hyperbolique : le système de la dynamique des gaz isentropique par relaxation

On considère le système de la dynamique des gaz isentropique en une dimension d'espace :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0, \\ \partial_t(\rho u) + \partial_x\left(\rho u^2 + p\right) = 0, \end{cases}$$

avec une loi d'état $p \equiv p(\rho)$. On note $\rho \equiv \rho(x,t) > 0$ la densité et $u \equiv u(x,t) \in \mathbb{R}$ la vitesse du fluide. On suppose que la loi d'état est celle d'un gaz parfait :

$$p(\rho) = \rho^\gamma, \quad \gamma > 1.$$

Les valeurs propres sont données par :

$$\lambda_1 = u - \sqrt{p'}, \quad \lambda_2 = u + \sqrt{p'} \qquad \text{et } p' = \gamma\rho^{\gamma-1} > 0.$$

2 Séries temporelles synthétiques

Implémenter la série temporelle synthétique sur OptiMorph.

3 Modèle Shoaling

Le modèle Shoaling est un des modèle hydrodynamique les plus simple possible. Celui-ci réside sur l'équation de shoaling et peut s'écrire de la manière suivante :

$$H(x,t) = \begin{cases} H_0(t)Ks(x,h) & \text{pour } \frac{H}{h} \leq \gamma \\ \gamma h(x,t) & \text{pour } \frac{H}{h} > \gamma. \end{cases} \tag{1}$$

avec H_0 la hauteur d'eau au large, $\gamma = 0.78$ le coefficient de Munk, K_S le coefficient de shoaling qui a pour valeur :

$$K_S(h,k) = \left[\tanh(kh)\left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)}\right)\right]^{-1/2}, \tag{2}$$

avec h la profondeur d'eau, k le nombre d'onde qu'on peut calculer via la formule de GUO 2002 :

$$y = x^2\left(1 - e^{-x^\beta}\right)^{-\frac{1}{\beta}} \tag{3}$$

avec $\beta = 2.4901$ (trouvé numériquement), $x = h\sigma/\sqrt{gh}$ et $y = kh$. On rappel que $\sigma = \frac{2\pi}{T_0}$ où T_0 est la période de vague.

```
def k_guo(h,sigma,g):
        x = h * sigma / sqrt( g*h )
        beta = 2.4901
        return x**2/h * (1 - exp(-x**beta))**(-1/beta)
```

Question 1 – Créer une fonction `Ks(k,h)` renvoyant un scalaire à partir de l'équation (2).

Question 2 – Créer une fonction `k(h,sigma,g)` renvoyant la valeur du nombre d'onde k à partir de l'équation (3). Cette question pouvant être difficile, je peux vous transmettre le code de cette fonction pour ne pas vous handicaper pour les questions suivantes.

Question 3 – Initialiser le modèle avec les paramètres suivants :

- $g = 9.81\ m.s^{-2}$, $T_0 = 2\ s$, $H_0 = 2\ m$, $h_0 = 7\ m$, $n = 600$

Question 4 – Créer un vecteur linspace `x= linspace(0,n-1,n)` puis un vecteur $h = h_0(1-x/(n-1))$ pour avoir une profondeur linéaire avec une profondeur de fermeture de $h_0 = 7\ m$. Créer un vecteur $\psi = h_0 - h$ correspondant à la bathymétrie.

Question 5 – Caluler k puis K_s à l'aide des programmes des questions précédentes.

Question 6 – Créer votre propre fonction `H` reflet de l'équation (1)

Question 7 – Tracer sur un même graphique H, ψ et h_0 pour obtenir un graphique similaire à celui ci-dessous :

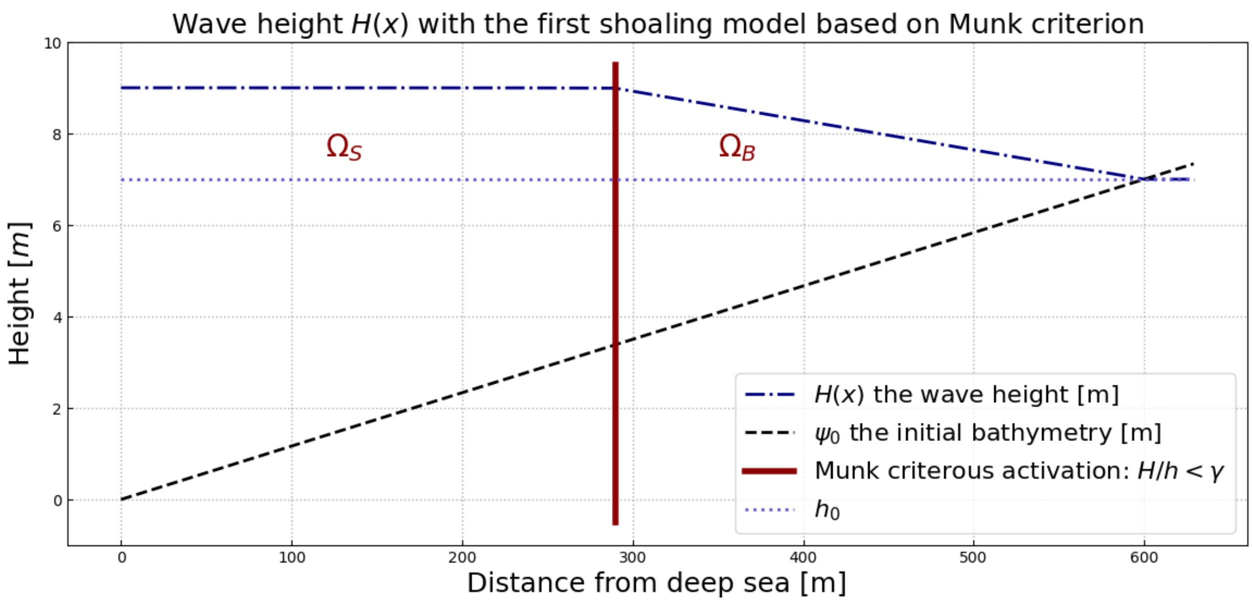

FIGURE 1 – Afficchage du modèle Shoaling simple

BON COURAGE À TOUS !