Module HAT002T
Hydro-morphodynamisme littoral & portuaire avancé

Création de séries temporelles synthétiques en Python

Session 01

Ronan Dupont

Très souvent dans les modèles numériques, on entre dans le modèle des paramètres de forçages (condition limite), des paramètres géométriques (bathymétrie,...) ainsi que des paramètres numériques (pas de temps,...). Une grande partie des modèles hydrodynamiques résolvent l'hydrodynamique de manière spectrale et donc utilisent un forçage spectral. Ces forçages sont souvent des spectres de Jonswap avec les paramètres usuelles de H_s, T_p,... Durant votre carrière, vous serez probablement emmené à comparer des modèles entre eux et ainsi, vous devrez utiliser les mêmes paramètres dans chacun des modèles pour obtenir des résultats pertinents. Si vous êtes emmenés à comparer un modèle spectral et temporel, vous devrez avoir d'un côté : le spectre (Jonswap par exemple) et de l'autre la série temporelle. Il est très facile de créer un spectre à partir d'une série temporelle à l'aide des transformées de Fourrier. Cependant, l'inverse n'est pas triviale. Dans ce TP nous partirons d'un spectre de type Jonswap pour créer une série temporelle à partir de celui-ci. On essaiera ensuite d'implanter cette série temporelle dans le modèle OptiMorph.

1 Initialisation

Pour commencer ce TP, on créera un programme python en important les modules suivants :

```
from matplotlib.pylab import * # import numpy et matplotlib
from scipy.signal import periodogram # import une fonction de fft
seed(1) # fixe la série d'aléatoire
```

Afin d'être coordonnés dans nos affichages, initialisera les paramètres suivants :

- $H_s = 8.2\,m$, $T_p = 12.7\,s$, $h = 30\,m$, $g = 9.81\,m.s^{-2}$, $T_f = 3600\,s$.

Question 1 – Créer un vecteur temps t de à 0 à T_f espacé toutes les 1 secondes.

2 Création du spectre de Jonswap

Pour cette partie, on fera un rapide rappel du cours de M. Bouchette : *Introduction to Waves & Wave spectrum Session 03*. Un spectre de Jonswap classique est défini de la manière suivante :

$$S'(f) = \frac{f_p^4}{2\pi f^5} H_s^2 \exp\left(-\frac{5}{4}\left(\frac{f_p}{f}\right)^4\right)\gamma^\beta \tag{1}$$

avec $\gamma = 3.3$, $\beta = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{f-f_p}{f_p\sigma}\right)^2\right)$ et $\begin{cases} \sigma = 0.07 \text{ pour } f < f_p \\ \sigma = 0.09 \text{ pour } f > f_p \end{cases}$.

Question 2 – À la suite, implémenter les 3 variables suivantes :

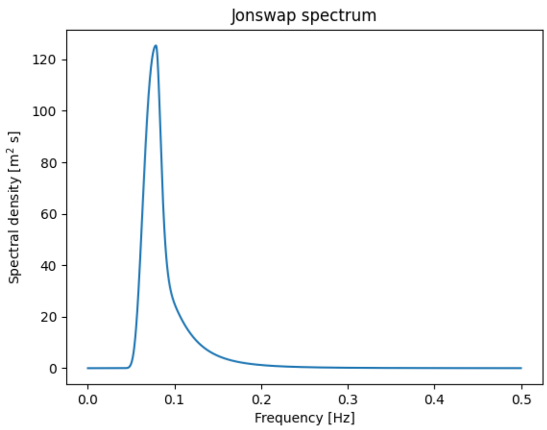
$$dt = t^1 - t^0 \qquad df = \frac{1}{\max(t)} \qquad fHightCut = \frac{1}{2.dt}$$

correspondant respectivement au pas de temps, au pas fréquentiel et à la fréquence maximum à calculer.

Question 3 – Créer un vecteur temps $freq$ de df à $fHightCut$ avec le pas fréquentiel défini plus haut. Quel est la taille de ce vecteur ?

Question 4 – À l'aide du rappel équation (1), écrire une fonction : `jonswap(freq, Hs, Tp, g=9.81)`, renvoyant le spectre `S` de Jonswap associé à ces valeurs.

Question 5 – Effectuer un affichage de S en fonction de la fréquence pour les valeurs initialisées. Vérifier que vous obtenez le spectre suivant :



Question 6 – Quelle est la valeur maximale de S ?

On rappel les formules suivantes :

$$m_i = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) f^{(i)} df \quad H_{m0} = 4\sqrt{m0} \quad H_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{n}\left(H_1^2 + H_2^2 + \cdots + H_n^2\right)} \quad T_{01} = \frac{m0}{m1}$$

avec respectivement, les moments d'ordre i, la hauteur significative, la moyenne quadratique et la période de vague.

Question 7 – Calculer m_0, m_1, m_2, $Hm0$, T_{01} et discuter des résultats.

3 Création d'une série temporelle synthétique

Pour créer une série temporelle synthétique, on utilisera la décomposition spectrale de $\eta(t)$ suivante :

$$\begin{aligned}
\eta(t) &= \sum_i a_i \cos\left(\omega_i t - k_i x + \epsilon_i\right) \\
a_i &= \sqrt{2S\left(f_i\right)\Delta f} \\
\varepsilon_i &= \text{rand}(0, 2\pi)
\end{aligned} \tag{2}$$

avec le nombre d'onde k qu'on peut calculer via la formule de GUO 2002 :

$$y = x^2\left(1 - \mathrm{e}^{-x^\beta}\right)^{-\frac{1}{\beta}} \tag{3}$$

avec $\beta = 2.4901$ (trouvé numériquement), $x = h\sigma/\sqrt{gh}$ et $y = kh$. On rappel que $\sigma = 2\pi f$ où f est la fréquence d'échantillonage.

Question 8 – À l'aide de l'équation (3), calculer les valeurs du vecteur k puis tracer celui-ci en fonction des fréquences.

Question 9 – À l'aide de l'équation (2), utiliser la fonction `random` pour créer un vecteur `eps` de valeurs aléatoires comprises dans $[0, 2\pi]$. Sa taille sera la même que le vecteur fréquence.

Question 10 – À l'aide de l'équation (2), calculer les valeurs du vecteur a puis tracer celui-ci en fonction des fréquences.

Question 11 – Créer une fonction `elevation(a, f, k, eps, t, x=0)` qui renverra la valeur de η selon l'équation (2).

Question 12 – Afficher la série temporelle.

Question 13 – Calculer $HRMS$

4 Comparaison du spectre de η et de Jonswap

Question 14 – À l'aide de la fonction `periodogram` importée au début, en utilisant l'argument `scaling='density'`, créer le spectre de η en fonction de la densité d'energie $[m^2.s]$

Question 15 – Sur un même graphique, afficher le spectre de Jonswap et le spectre de η.

Question 16 – Bonus : Vous remarquez qu'il y a beaucoup de bruit sur le spectre de η, c'est normal : effet de l'aléatoire. Essayez maintenant de créer une fonction moyenne glissante pour lisser ce bruit et obtenir un spectre porche de celui de Jonswap. On rappel qu'on peut calculer le spectre S_m de moyenne glissante avec l'équation suivante :

$$S_m(f_i) = \frac{1}{2m+1} \sum_{j=-m}^{j=m} S(f_{i+j})$$

avec m la taille de la fenêtre à moyenner (à vous de trouver le bon coefficient). Pour les autres, vous pouvez utiliser directement des fonctions de lissages par exemple : `scipy.signal.savgol_filter`.

5 Bonus : utilisation de la série temporelle dans OptiMorph

Dans cette partie, je vous fournirai un fichier d'initialisation d'un calcul OptiMorph ainsi que le code.

Question 17 – En ajoutant la série tomporelle en forçage du modèle, lancer le fichier d'initialisation et afficher le résultat à la dernière itération.

BON COURAGE À TOUS !