

Wave-morphodynamic coupling of the coastline by minimization principle

R. Dupont ^{1,3} **F. Bouchette** ^{1,3} **B. Mohammadi** ^{2,3}

1 GEOSCIENCES-M, Univ Montpellier, CNRS, Montpellier, France, ronan.dupont@umontpellier.fr, frederic.bouchette@umontpellier.fr

2 IMAG, Univ Montpellier, CNRS, Montpellier, France, bijan.mohammadi@umontpellier.fr

3 GLADYS, Univ Montpellier, CNRS, Le Grau du Roi, France

Contents

- ▶ I) Introduction
- ▶ II) Presentation of the initial model
- ▶ III) Objectives
- ▶ IV) Example: trying to improve the model by choosing a cost-function
- ▶ V) Improvement of the governing equation with time ratio
- ▶ VI) Perspectives

I) Introduction

- ▶ New coastal dynamics morphodynamic model based on constrained energy minimization.
- ▶ New justification of the cost-function choice
- ▶ Model fast, robust that converges really quickly compared to other models

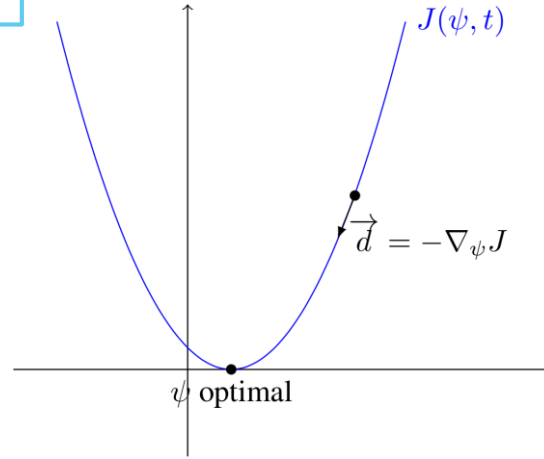


II) Presentation of the initial model

1) Numerical model

► Governing equation

$$\begin{cases} \psi(t=0) = \psi_0 \\ \psi_t = -\Upsilon \Lambda d \end{cases}$$



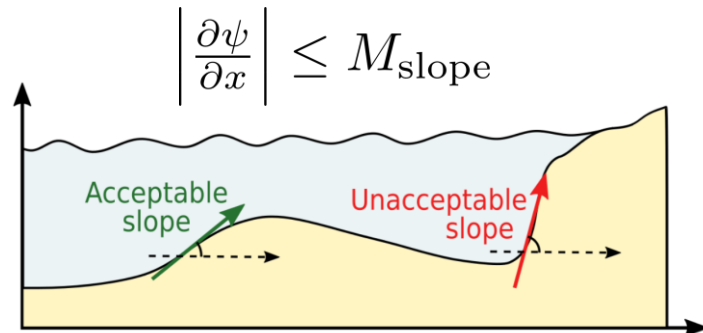
ψ_t : evolution of the seabed over time [$m.s^{-1}$]
 Υ : abrasion of sand [$m.s. \text{ kg}^{-1}$]
 Λ : excitation of the seabed by the water waves
 ψ_0 : initial seabed elevation [m]
 $d = -\nabla_{\psi} J + \text{constraints}$: the decent direction [$J.m^{-2}$]

► Cost-function

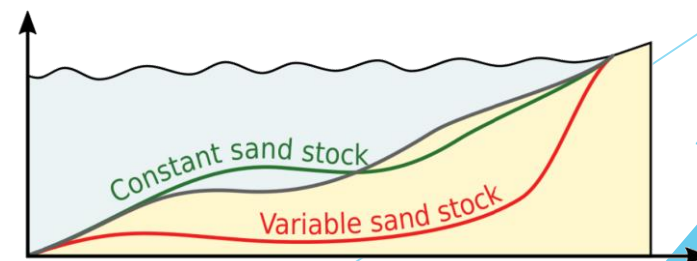
$$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega_S} \rho_w g H^2(\psi, x, t) dx \quad [J.m^{-1}]$$

Ω_S : shoaling zone [m]
 ρ_w : water density [$kg.m^{-3}$]
 g : gravitational acceleration [$m.s^{-2}$]
 H : significant wave height [m]

► Constraints



$$\int_{\Omega} \psi(t, x) dx = \int_{\Omega} \psi_0(x) dx \quad \forall t \in [0, T]$$

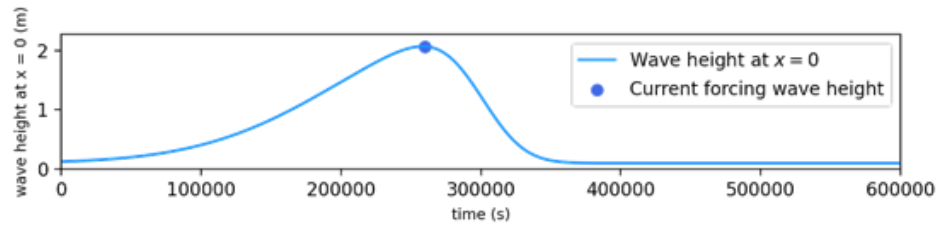


II) Presentation of the initial model

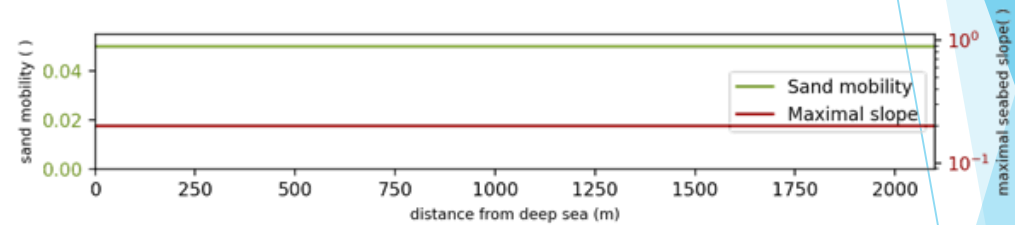
2) Example of simulation with a storm of a few days

Simulation of short storm with bathy linéaire and CF0
FLUME CONFIGURATION
 $t = 2.60e + 05$ (iteration 650/1499)

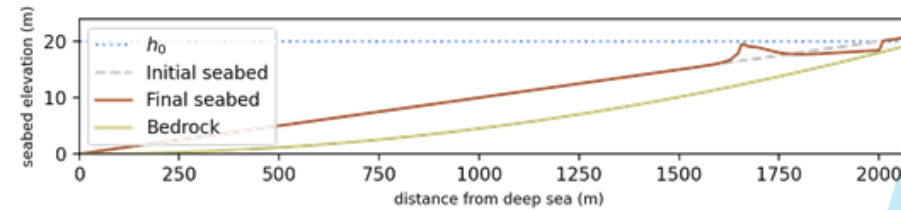
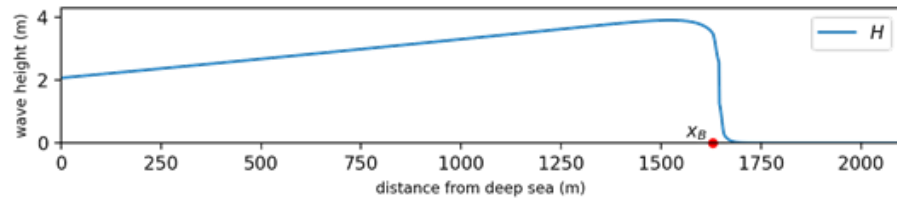
Forcing



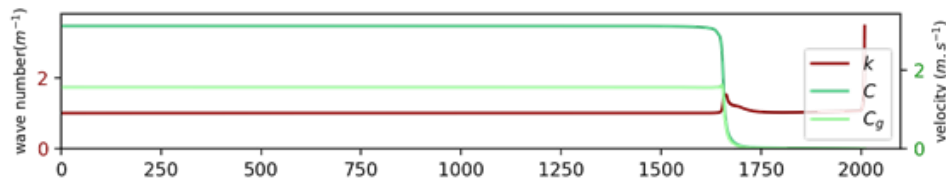
Constraints



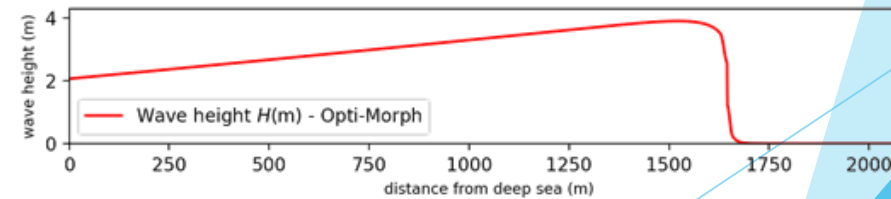
Wave-hight



ψ : seabed



Velocity



Wave-hight

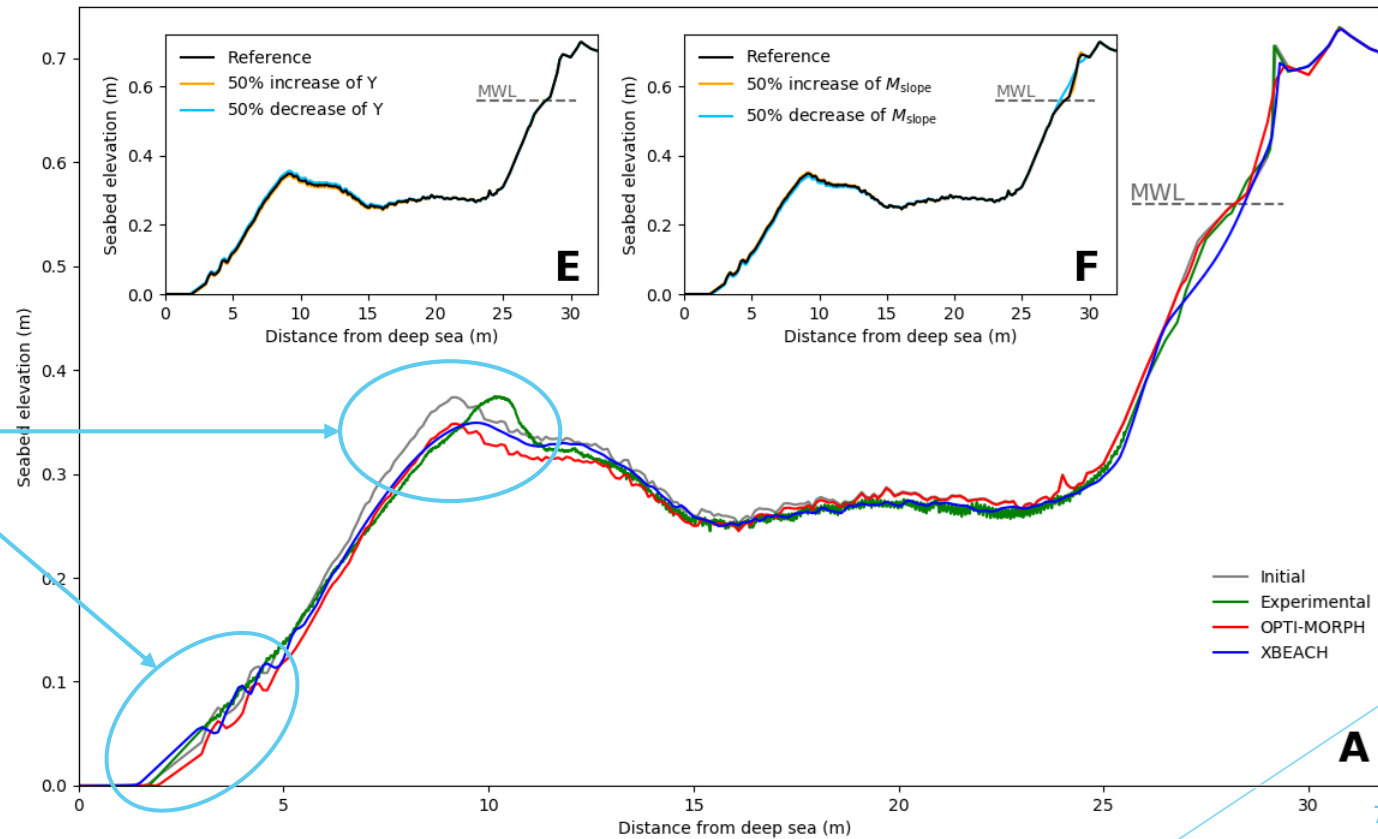
III) Improvement axes with the latest model and objectives

- ▶ Try to find a better physics to obtain more realistic results (location of the sand bar,...)
- ▶ Make the code more robust
- ▶ Implement new axes on the code (multi-1D, generalization of hydro models,...)
- ▶ Justification of the choice of the cost-function
- ▶ Validation of a large number of test cases with experimental data
- ▶ Theoretical development of a way of thinking about analytical mechanics through a general optimal problem

III) Example: trying to improve the model by choosing a cost-function

- ▶ Try to find a better physics to obtain more realistic results (location of the sand bar,...)

Some differences at the sand-bar and upstream of the simulation



IV) Example: trying to improve the model by choosing a cost-function

- ▶ Cost-function with kinetic energy: $J = \int_{\Omega_b} E_h + \varepsilon E_c$
- ▶ Cost-function with velocity $J = \frac{1}{8} \rho g \int_{\Omega_b} C_g H^2$
- ▶ Cost-function with radiation stress S_{xx}
- ▶ Other cost-function ...

- ▶ Extension: A transport term in the descent equation

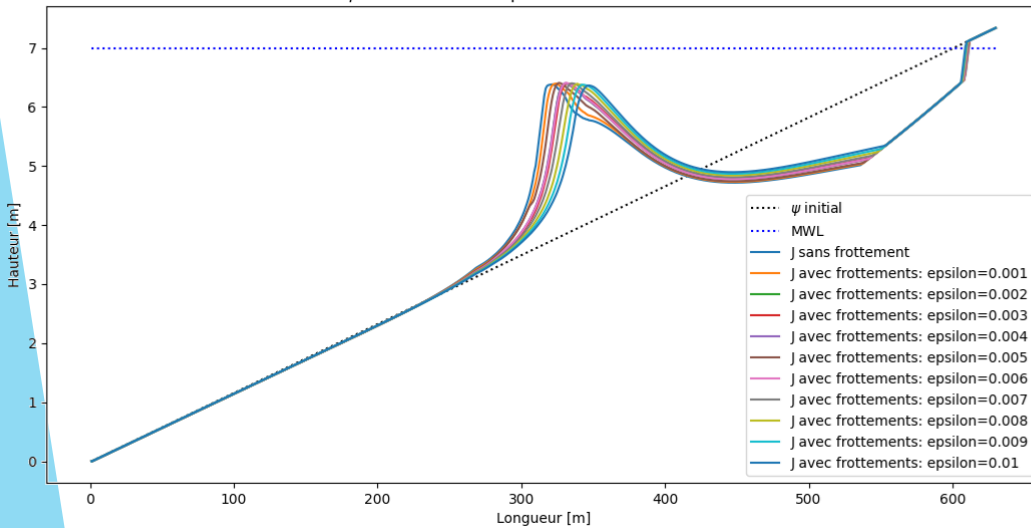
$$\begin{cases} \psi(t=0) = \psi_0 \\ \psi_t + \underbrace{\varepsilon \rho V \psi_x}_{\text{transport term}} = -\Upsilon \Lambda d \end{cases}$$

IV) Example: trying to improve the model by choosing a cost-function

- Cost-function with kinetic energy: $J = \int_{\Omega_b} E_h + E_c$

Sand bar position moved ?

Evolution de ψ à l'iteration 1499 pour un modèle avec et sans frottement



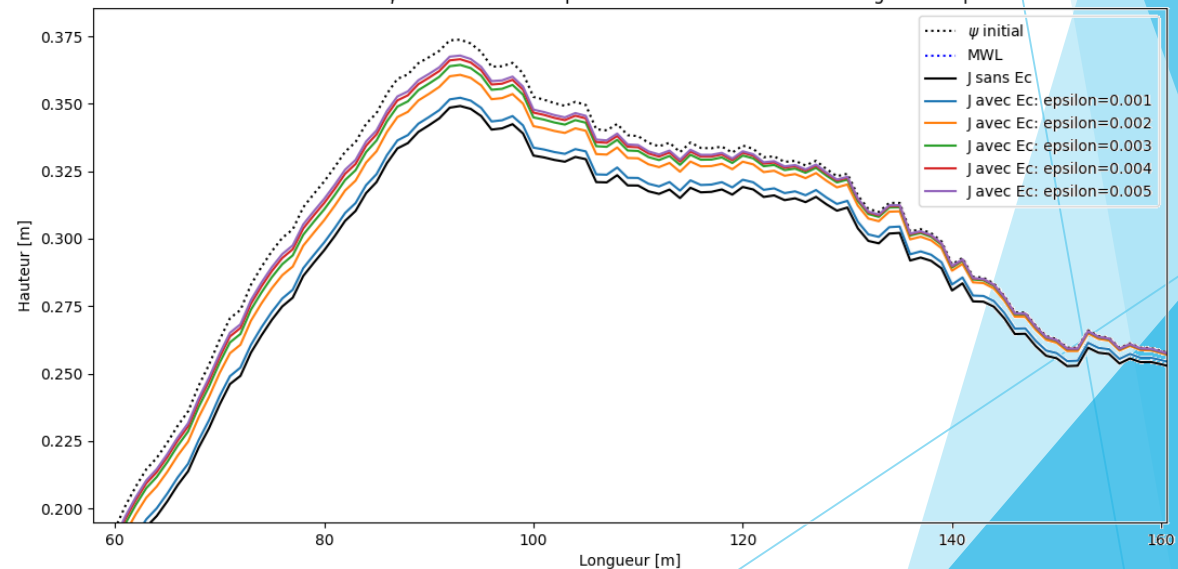
End of the storm simulation

$$T_0 = 2 \text{ s}, H_{\max} = 2 \text{ m}, T_f = 7 \text{ j}$$



Position of the bar has not moved according to x

Evolution de ψ à l'iteration 1799 pour un modèle avec et sans energie cinétique



End of the Copter simulation 9

V) Improvement of the governing equation

1) Adding a time factor

► Initial model

$$\begin{cases} \psi(t=0) = \psi_0 \\ \psi_t = -\Upsilon \Lambda d \end{cases} \quad \psi^{n+1} = \psi^n - \Upsilon \Lambda d^n$$

► Model with time factor

$$\psi^{n+1} = \psi^n - dt \Upsilon \Lambda d^n$$

ψ_t : evolution of the seabed over time $[m.s^{-1}]$

Υ : abrasion of sand $[m.s. \text{ kg}^{-1} / m. \text{ kg}^{-1}]$

Λ : excitation of the seabed by the water waves

ψ_0 : initial seabed elevation $[m]$

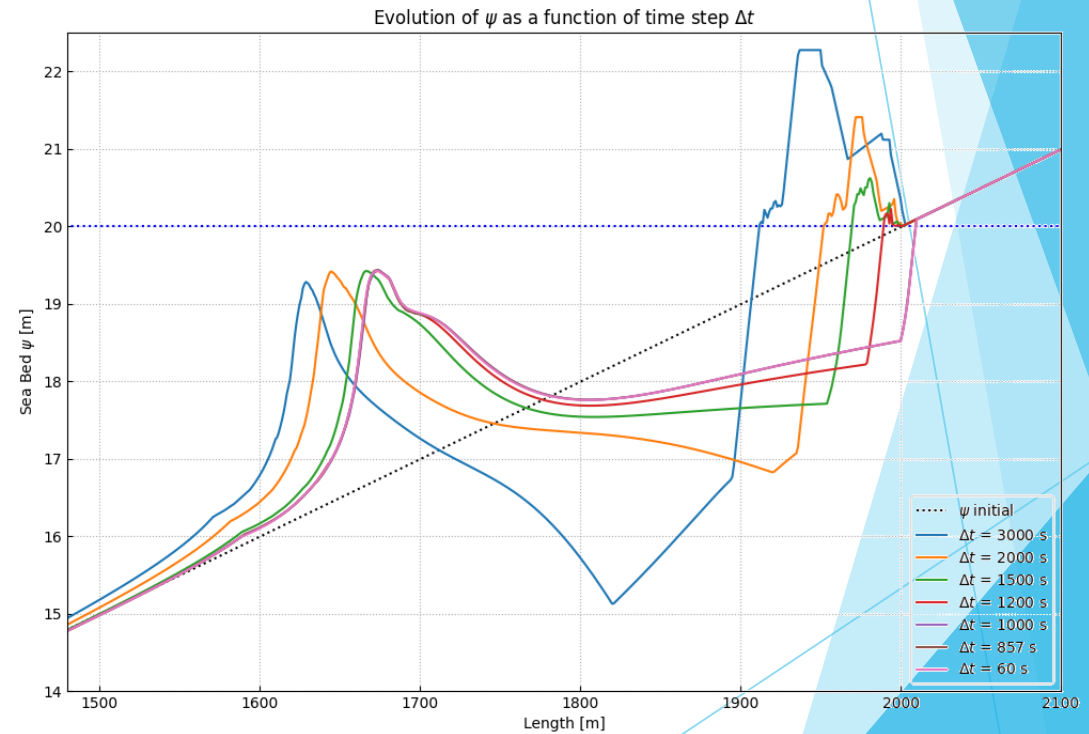
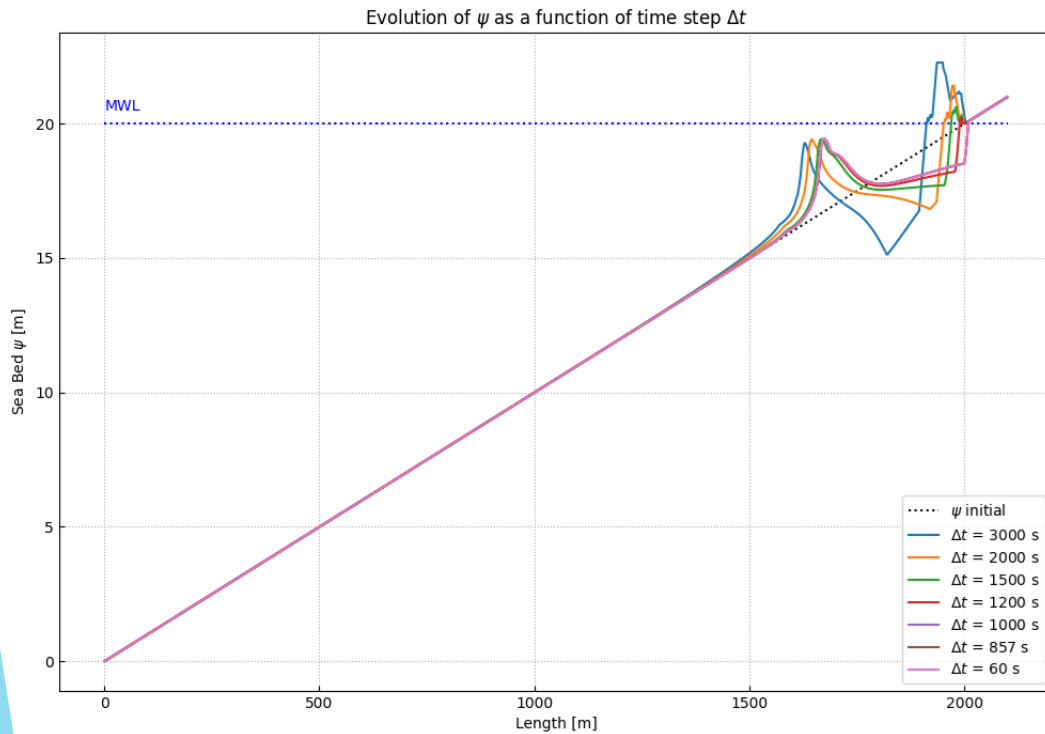
$d = -\nabla_{\psi} J + \text{constraints}$: the decent direction $[J.m^{-2}]$

dt : time step $[s]$

V) Improvement of the governing equation

2) Time step convergence

Convergence at $\Delta t < 1000$ s



Strom simulation with different time step

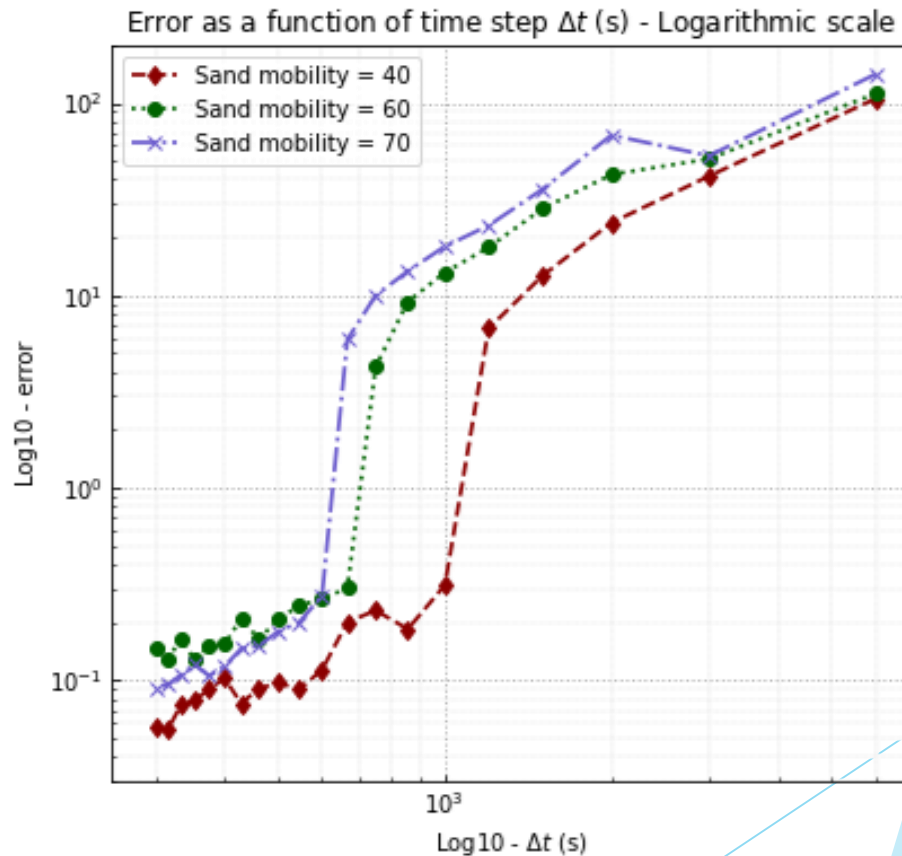
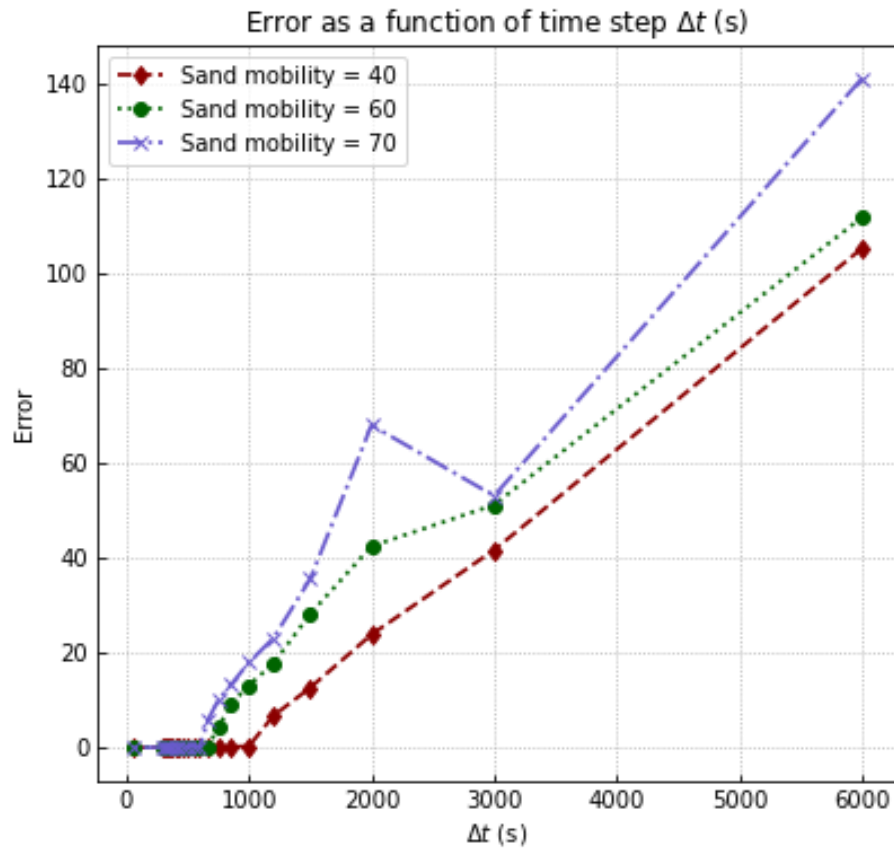
$$T_0 = 2 \text{ s}, H_{\max} = 4 \text{ m}, T_f = 7 \text{ j}$$

V) Improvement of the governing equation

2) Time step convergence for different sand mobility

$$error = \sqrt{\sum_{i=0}^n (\psi_i^{ref} - \psi_i)^2}$$

$\Delta t_{ref} = 60$ s correspond to 10 000 itérations



Convergence at $\Delta t < [500, 1000]$ s

V) Improvement of the governing equation

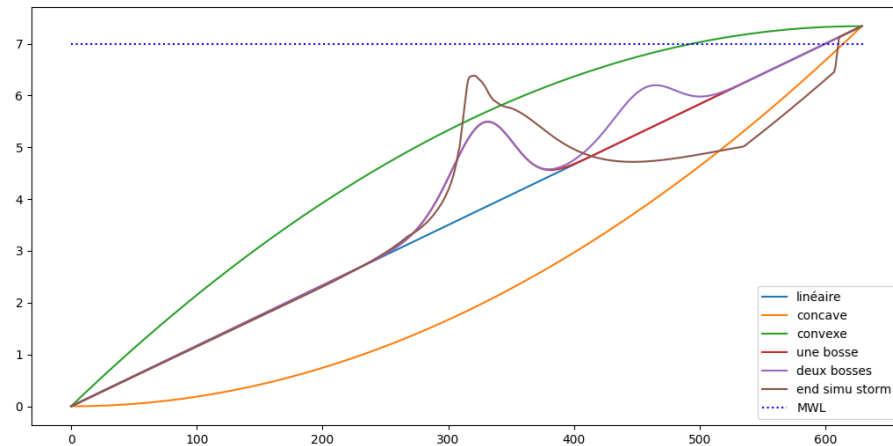
3) Discussion

Model	Convergence time-step Δt
Toufan (OptiMorph)	$\Delta t < [500, 1000] s$
XBeach ?	$\Delta t < [0.1, 1] s$
Saint-Venant	$\Delta t < 0.2 s$

- ▶ Seems to be very advantageous in terms of physical complexity
- ▶ Need more realistic simulations to conclude (here, time period $T_0 = 2 s$)
- ▶ Need to do more morphogenic simulations
- ▶ Other simulation

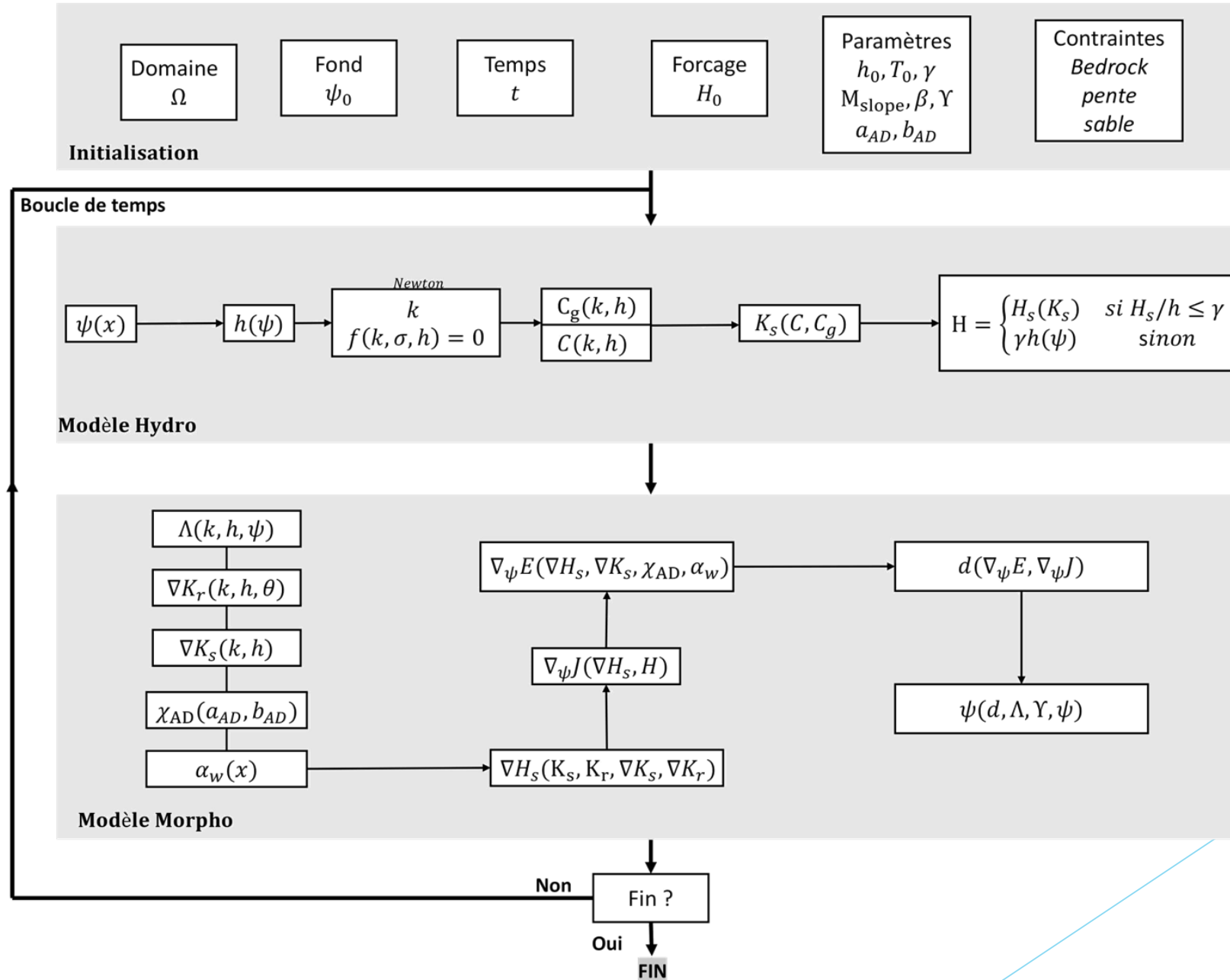
VI) Perspectives

- ▶ Sanity-check of the code to have realistic simulations (working with every time periods T_0)
- ▶ Create a database of realistic simulations
- ▶ Implement the multi-1D
- ▶ Validation of different type of simulation: 2D, 1D, accretion, ...
- ▶ Theoretical development of a way of thinking about analytical mechanics through a general optimal problem



Différent type of bathymetries to test

Appendix

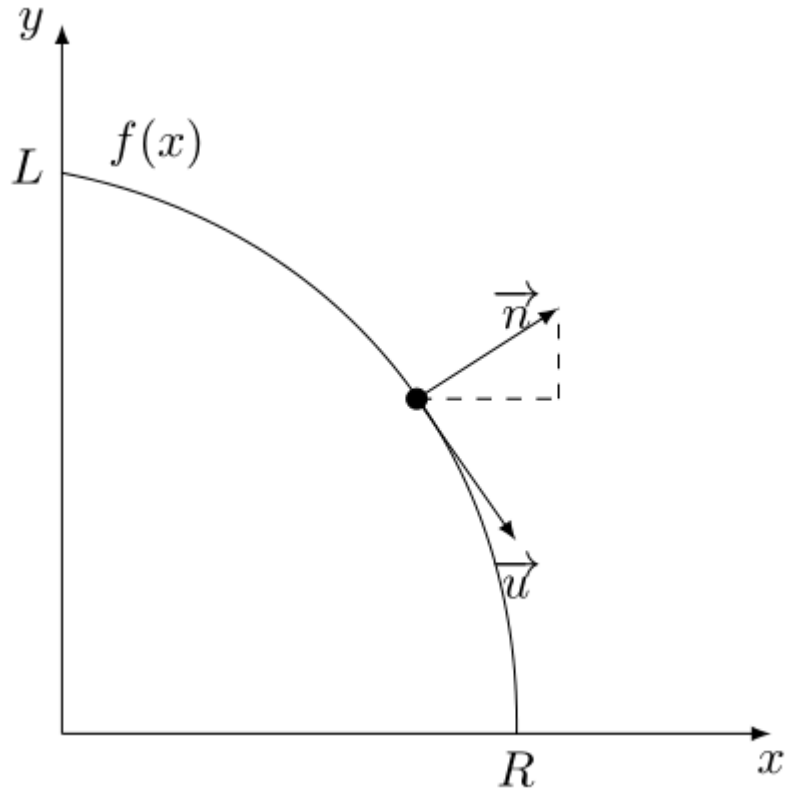


Appendix

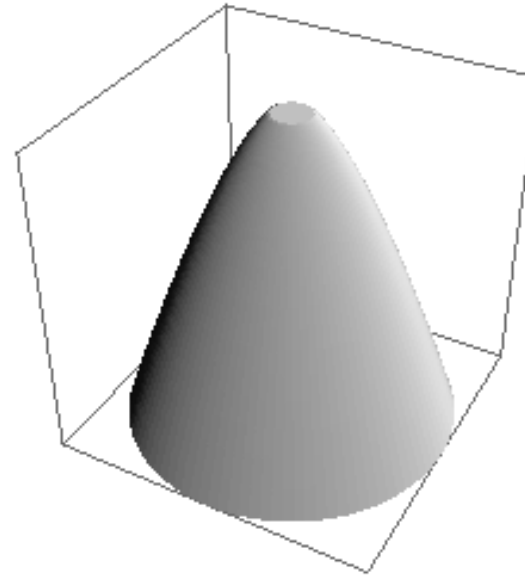
JALONS CLEFS		Année 1												Année 2												Année 3												
Étapes clefs de rédaction du mémoire		N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
Rythme de publication																																						
TÂCHES ANNEXES		Année 1												Année 2												Année 3												
		N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
Temps de présence au laboratoire ou en mobilité																																						
Jalons administratifs																																						
Conférences et proceedings associés (JNGCGC, ICCE Sydney)																																						
Comité de suivi																																						
Préparation de la soutenance																																						
Soutenance																																						
AXE A : Reformulation des principes physiques de l'hydro-morphodynamisme littoral sous la forme d'un problème optimal général		Année 1												Année 2												Année 3												
		N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
T-A1	Travail sur différentes fonctionnelles J, propositions pour rendre compte d'une physique plus réaliste.	Actif												Passif																								
T-A2	Quantification et évolution des différents termes Lambda / Upsilon devant la fonctionnelle.																																					
T-A3	Bibliographie sur les différents modèles hydrodynamiques/transport sédimentaires et proposition/validation d'un modèle hydrodynamique robuste et justifié.	Bibliographie active												Bibliographie passive + proposition / validation de modèles hydro																								
T-A4	Réflexions théoriques sur l'implémentation d'un code en 2D/Multi-1D (transport de sédiments latéraux, ajout d'un terme source de courant longshore,...). Direction vers le multi-1D.																																					
T-A5	Développement d'une nouvelle approche basée sur la balance des moments (somme E=cte). Utilisation de nouveaux modèles hydrodynamiques basées sur la surface libre de l'eau eta (reprise du Saint-Venant ? ...).																																					
AXE B : Développement d'un outil de calcul numérique implémentant les nouvelles approches théoriques.		Année 1												Année 2												Année 3												
		N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
T-B1	Sanity check du code OptiMorph: opération visant à rendre le code plus robuste lui permettant de couvrir un panel plus large de cas-tests.																																					
T-B2	Correction des "bugs" pour rendre compte d'une meilleure physique (évolution de la quantité de stock sableux, déplacement de sable en amont de la plage, barre)																																					
T-B3	Implémentation du code en multi-1D (SLURM MULTI ARRAY) et "parallélisation".																																					
T-B4	Développement du côté "User Friendly" et hébergement publique sur GitHub																																					
T-B5	Généralisation des modèles hydrodynamiques par différenciations automatiques.																																					
AXE C : Confronter les développements théoriques et cet outil de modélisation à la réalité de terrain, dans une démarche typiquement physique.		Année 1												Année 2												Année 3												
		N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
T-C1	Réflexion sur les différents types de cas-tests pouvant être pertinents pour la communauté scientifique.	Réflexions passives																																				
T-C2	Cas-test d'accrétion (à l'issue du sanity check).																																					
T-C3	Cas-test de simulation long-terme.																																					
T-C4	Cas-tests 2D vs Multi-1D Toufan. Montrer qu'un code 2D n'est pas nécessaire si le multi-1D donne les résultats attendus.																																					
T-C4	Cas-tests sur des nouveaux modèles hydrodynamiques obtenus par différenciation automatique.																																					
AXE D : Développement théorique et applicatif d'une nouvelle manière de penser la mécanique analytique par un problème optimal général.		Année 1												Année 2												Année 3												
		N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N
T-D1	Comparaison du problème optimal avec la mécanique Newtonienne et Lagrangienne: réflexions et idées dans le cadre de la morphodynamique du littoral.																																					
T-D2	Application de ces points de vues à d'autres champs disciplinaires.																																					
T-D3	Développement d'un code sur un nouveau champ disciplinaire.																																					
T-D4	Cas-test sur une nouvelle discipline.																																					
P1	PAPIER 1: Met en valeur de nouvelles fonctionnelles. L'objectif est de montrer que le problème du déplacement de la barre a été corrigé par rapport au papier de Megan etc. Rendre compte d'une meilleur physique au niveau de la conservation du sable....																																					
P1"	Article de conférence ICCE: Cet article sera une extension du PAPIER 1 dans la mesure où l'on présentera une nouvelle fonctionnalité d'Optimorph à savoir le Multi-1D. Ceci sera appuyé par une application via un cas-test en 2D.																																					
P2	PAPIER 2: Ce papier sera là pour introduire la parallèle entre un problème optimal et la mécanique analytique Lagrangienne. Un code de calcul aura été développé avec une application concrète pour appuyer sa robustesse.																																					
P1"	Article de conférence GCGC: Application concrète (cas-test) du papier 1.																																					

IV) Justification: choice of the cost-function by the Newton's Minimal Resistance Problem

Minimize $F(x, y, y') = \int_0^R \frac{x}{1+y'^2} dx$



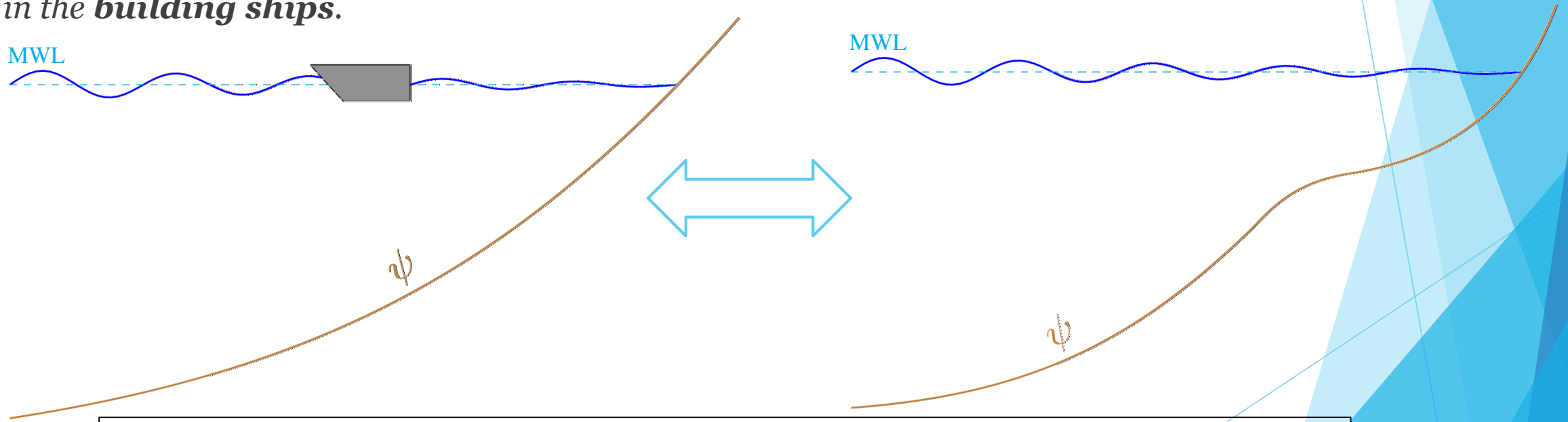
Parametrisation



Optimal configuration

IV) Justification: choice of the cost-function by the Newton's Minimal Resistance Problem

*If in a rare medium, consisting of equal particles freely disposed at equal distances from each other, a globe and a cylinder described on equal diameter move with equal velocities in the direction of the axis of the cylinder, (then) the **resistance** of the globe will be half as great as that of the cylinder I reckon that this proposition will be not without application in the **building ships**.*



Minimizing resistance on the boat (wave, friction)
⇔ minimizing the resistance of seabed