

OptiMorph : un modèle de morphodynamique du littoral par principe de minimisation. Analyse de sensibilité en 1D et application multi-1D

R. Dupont^{1,2,3} **F. Bouchette**^{1,3} **B. Mohammadi**^{2,3} **D. Sous**^{3,4}

1 GEOSCIENCES-M, Univ Montpellier, CNRS, Montpellier, France, ronan.dupont@umontpellier.fr, frederic.bouchette@umontpellier.fr

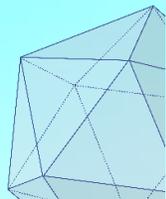
2 IMAG, Univ Montpellier, CNRS, Montpellier, France, bijan.mohammadi@umontpellier.fr

3 GLADYS, Univ Montpellier, CNRS, Le Grau du Roi, France

4 SIAME, Univ. Pau & Pays Adour, E2S UPPA, Anglet, France, damien.sous@mio.osupytheas.fr



IMAG
INSTITUT MONTPELLIERAIN
ALEXANDER GROTHENDIECK



**UNIVERSITÉ
DE MONTPELLIER**



Biodiversité
Agriculture
Alimentation
Environnement
Terre
Eau



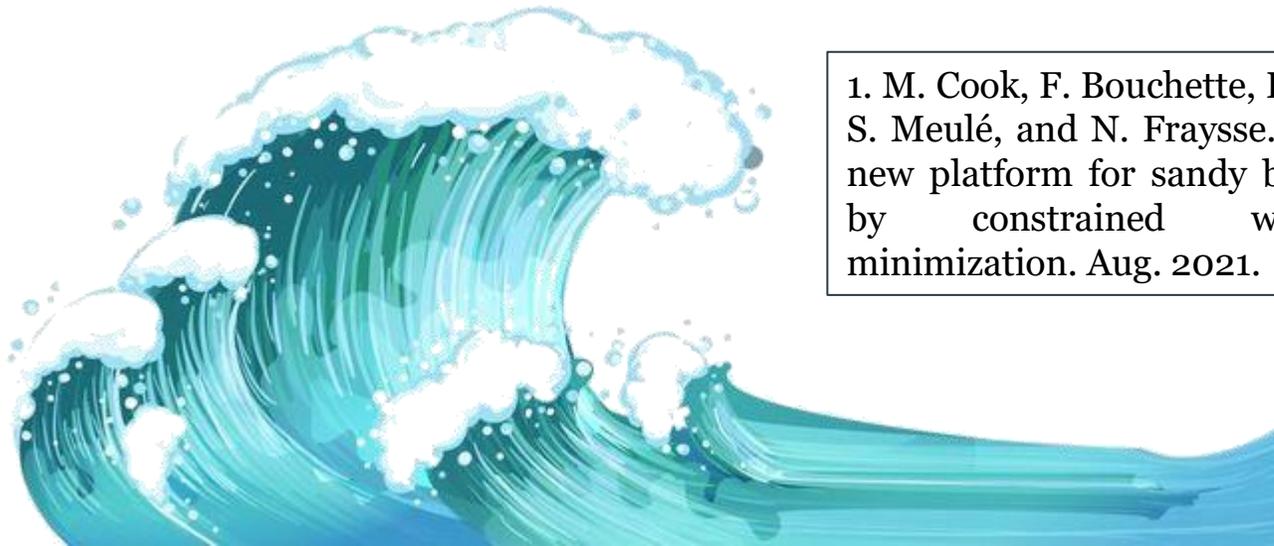
Sommaire

- ▶ I) Introduction
- ▶ II) Présentation du modèle OptiMorph
- ▶ III) Analyses de sensibilité (pas de temps, pas spatial et forçages)
- ▶ IV) Applications à un cas Multi-1D
- ▶ V) Perspectives



I) Introduction

- ▶ Nouveau modèle morphodynamique du littoral basé sur la minimisation de l'énergie sous contrainte: **nouveau modèle** à création de barre sédimentaire.
- ▶ Modèle rapide, robuste qui converge très vite par rapport aux autres modèles (M. Cook & al 2021).
- ▶ Application à des cas réels en «Multi-1D».



1. M. Cook, F. Bouchette, B. Mohammadi, S. Meulé, and N. Fraysse. Opti-Morph, a new platform for sandy beach dynamics by constrained wave energy minimization. Aug. 2021.

II) Présentation du modèle OptiMorph

0) Workflow

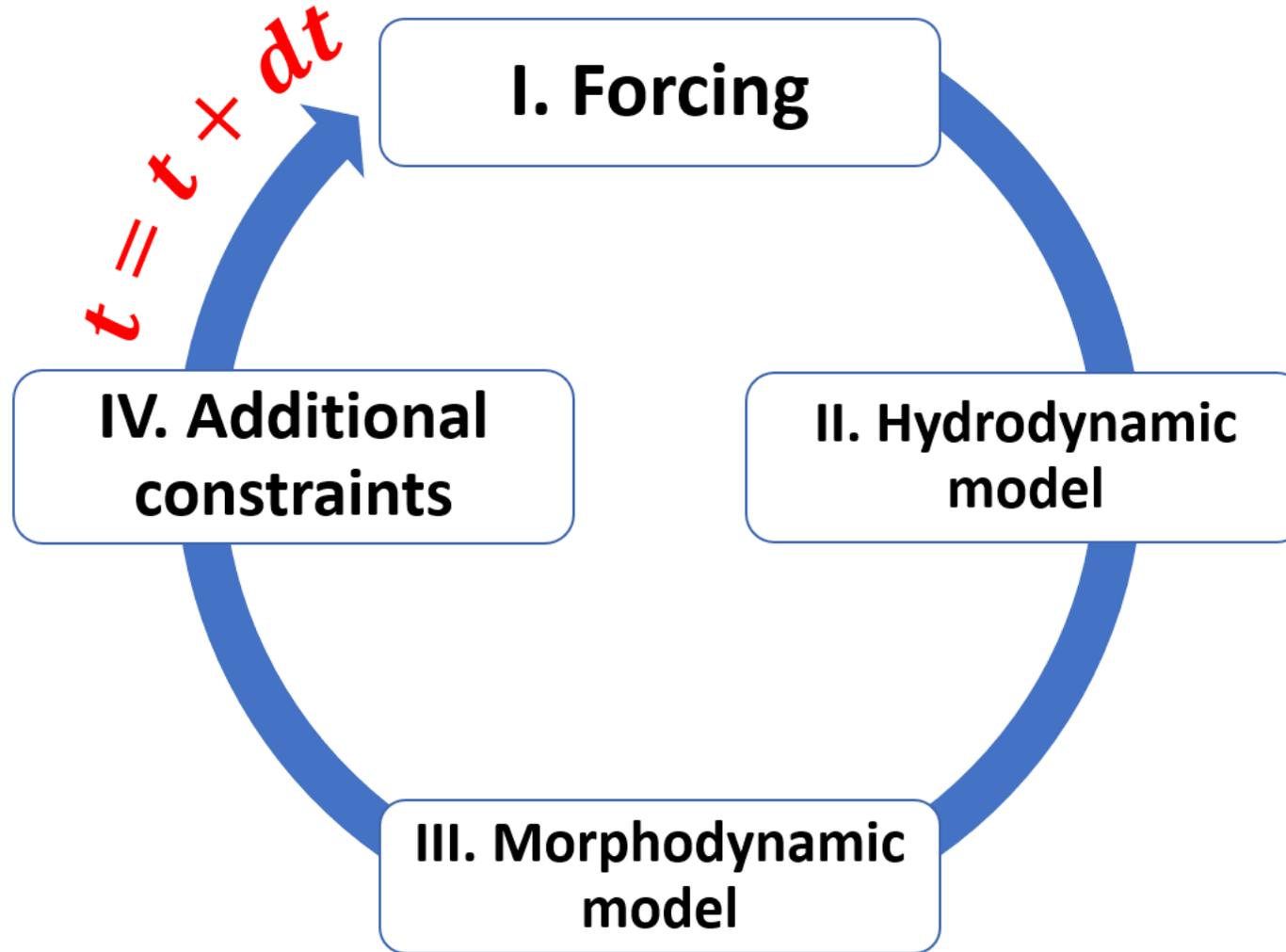


Figure 1. Diagramme de fonctionnement d'OptiMorph.

II) Présentation du modèle OptiMorph

1) Forçages – exemple + résultats

Simulation of storm with forcings and géometrie

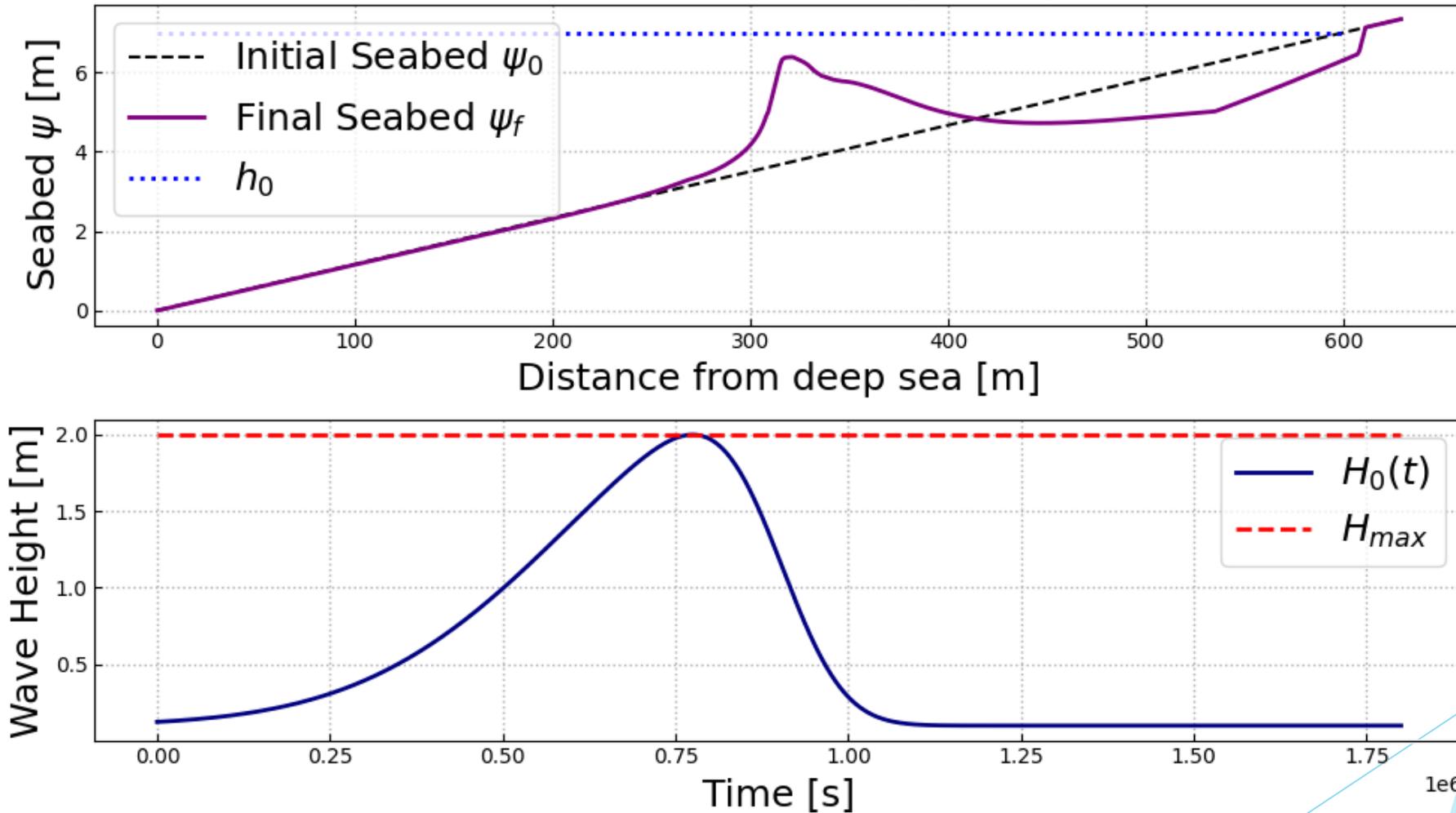
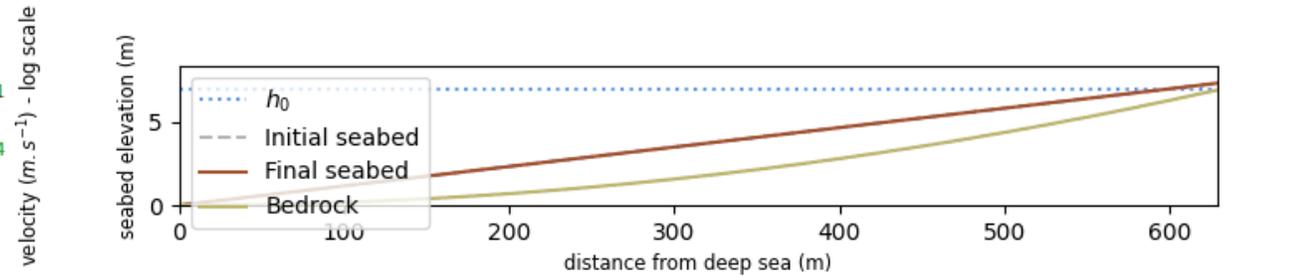
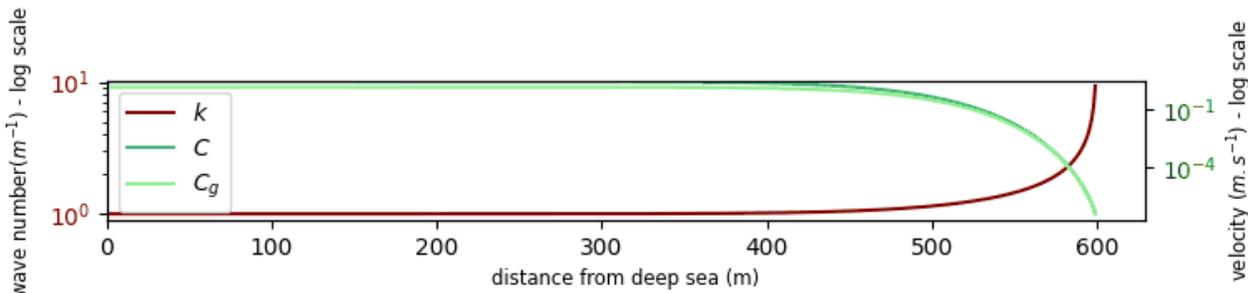
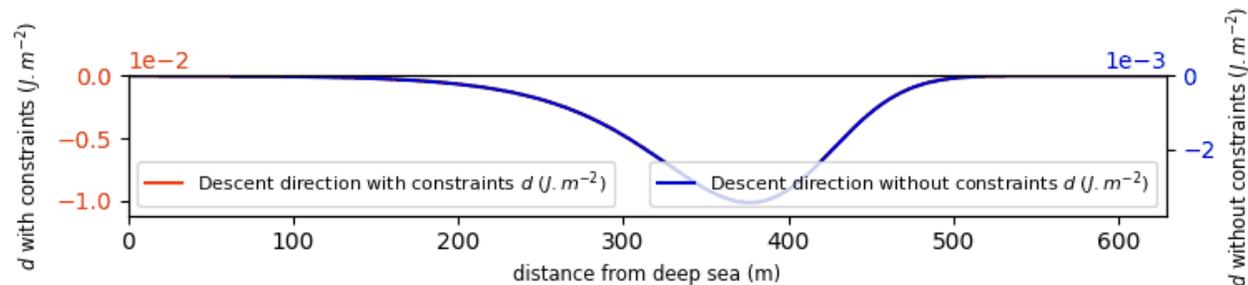
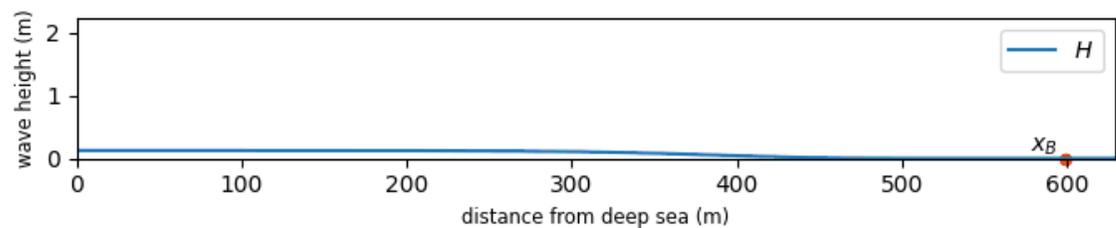
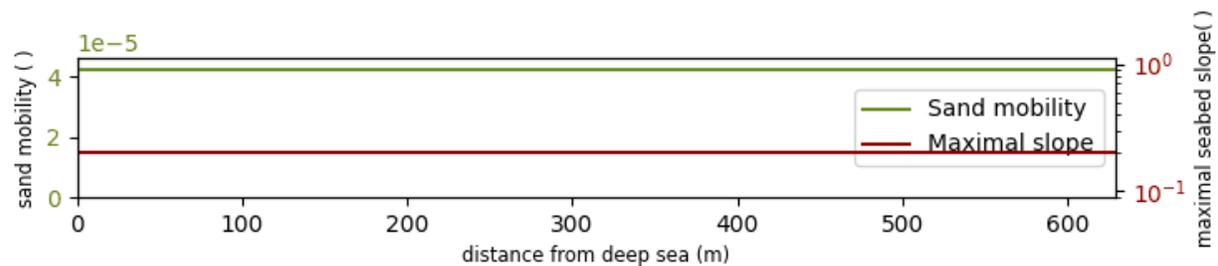
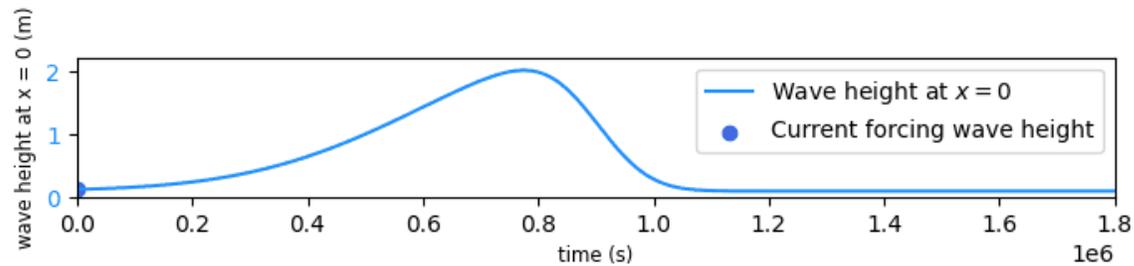


Figure 2. Exemple de forçage et résultat au niveau morphodynamique (haut) et hydrodynamique (bas).

II) Présentation du modèle OptiMorph

1) Forçages – exemple + résultats

$t = 0.00e + 00$ (iteration 0/1499)



II) Présentation du modèle OptiMorph

1) Forçages - paramètres

| Physique | Paramètres | Définition |
|-----------------------|------------|---|
| Paramètres numériques | Δx | Pas spatial [m] |
| | Δt | Pas de temps [s] |
| | T_f | Temps de simulation [s] |
| Domaine | L | Taille du domaine [m] |
| | h_0 | Profondeur d'eau au large [m] |
| | α | Pente pour une bathy linéaire |
| Hydrodynamique | $H_0(t)$ | Hauteur d'eau au large [m] |
| | Hmax | Hauteur d'eau maximale au large [m] |
| | T_0 | Période de vague [s] |
| Morphodynamique | $\Psi(t)$ | Bathymétrie |
| | Υ | Mobilité sédimentaire [m.s.kg ⁻¹] |
| | β | Pente maximale |

Tab 1. Différents paramètres de forçage.

II) Présentation du modèle OptiMorph

2) Modèle hydrodynamique de base

Simple shoaling:

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(t) K s(x, h) & \text{pour } x \in \Omega_S \\ \gamma h(x, t) & \text{pour } x \in \Omega_B \end{cases}$$

$$\Omega_B = \{x_i \in L \mid \frac{H_i}{h_i} < \gamma\}$$

Wave height $H(x)$ with the first shoaling model based on Munk criterion

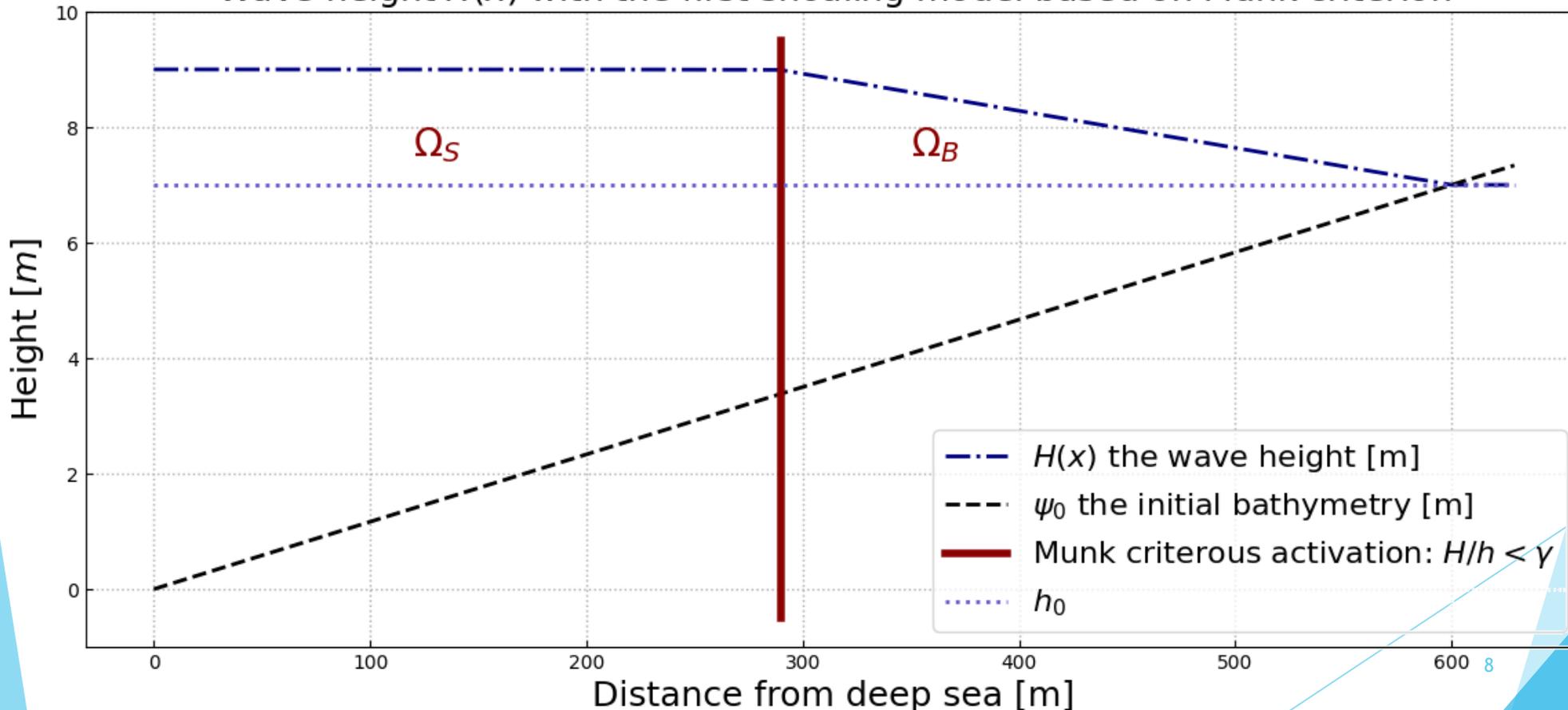


Figure 3. Modèle hydrodynamique basé sur le critère de Shoaling.

II) Présentation du modèle OptiMorph

2) Modèle hydrodynamique amélioré

Shoaling à mémoire de vague (héritage), multi-déferlement,...

Wave height $H(x)$ with the last shoaling model based on Munk criterion

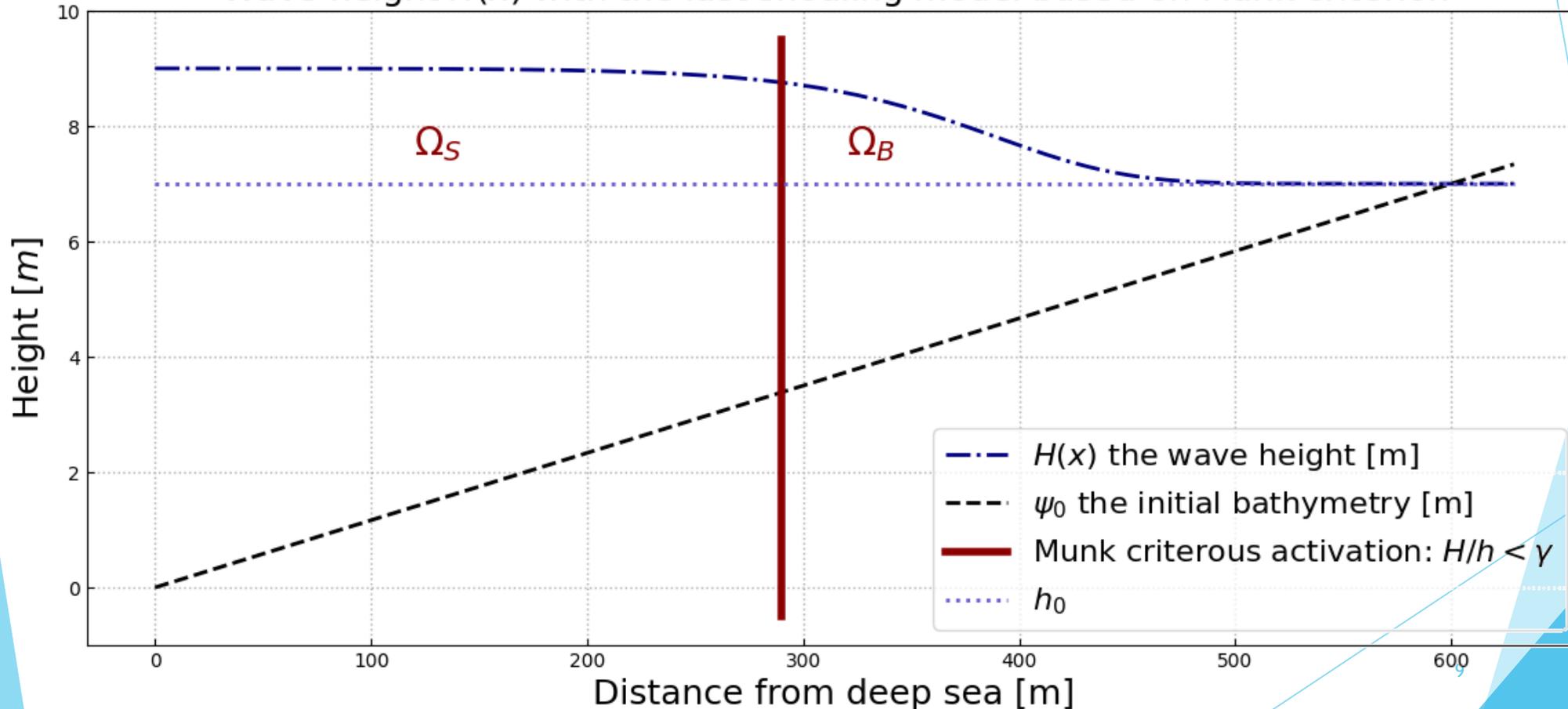


Figure 4. Dernier modèle hydrodynamique basé sur le critère de Shoaling.

II) Présentation du modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique

Hypothèse:

L'évolution au cours du temps du profil bathymétrique ψ est basé sur l'hypothèse que le fond évolue de telle sorte que l'énergie des vagues soit minimisée.

Corollaire:

En prenant une infinité de géométries quelconques, la plus réaliste correspondra à celle où l'énergie des vagues sera la plus faible.

Modèle: minimisation de J

$$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega_S} \rho_w g H^2(\psi, x, t) dx \quad [J.m^{-1}]$$

Ω_S : shoaling zone [m]

ρ_w : water density [kg.m⁻³]

g : gravitational acceleration [$m.s^{-2}$]

H : significant wave height [m]

II) Présentation du modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique

Governing equations

$$\begin{cases} \psi(t = 0) = \psi_0 \\ \psi_t = \Upsilon \Lambda d \end{cases}$$

ψ_t : evolution of the seabed over time [$m.s^{-1}$]

Υ : abrasion of sand [$m.s. kg^{-1}$]

Λ : excitation of the seabed by the water waves

ψ_0 : initial seabed elevation [m]

$d = -\nabla_{\psi} J$ + constraints : the decent direction [$J.m^{-2}$]

Cost-function

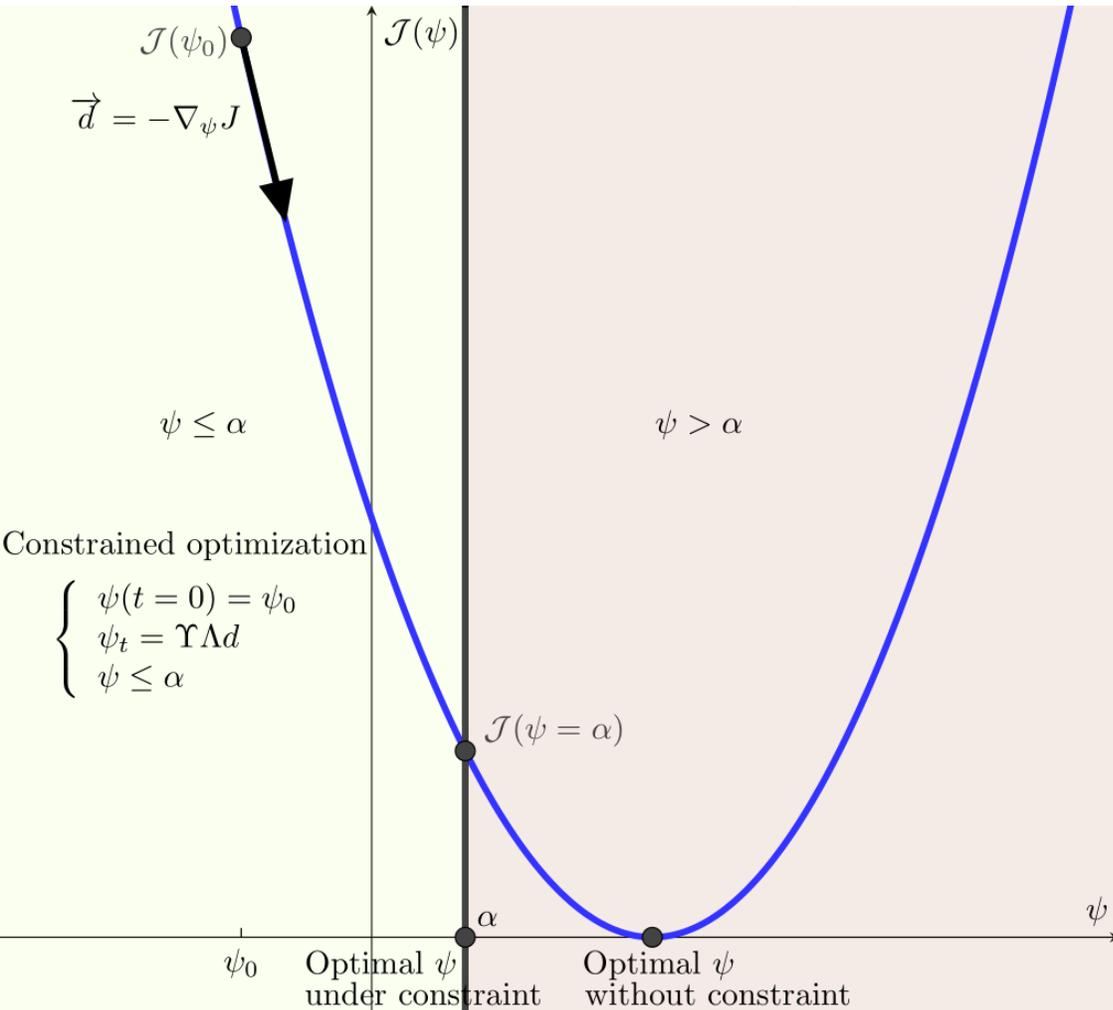
$$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega_S} \rho_w g H^2(\psi, x, t) dx \quad [J.m^{-1}]$$

Ω_S : shoaling zone [m]

ρ_w : water density [$kg.m^{-3}$]

g : gravitational acceleration [$m.s^{-2}$]

H : significant wave height [m]



II) Présentation du modèle OptiMorph

4) Contraintes additionnelles

► Contrainte de pente

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}$$

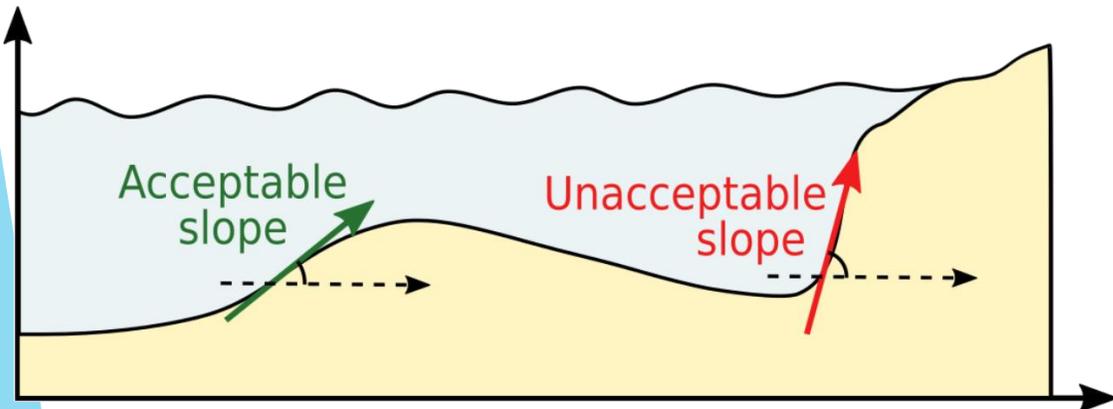
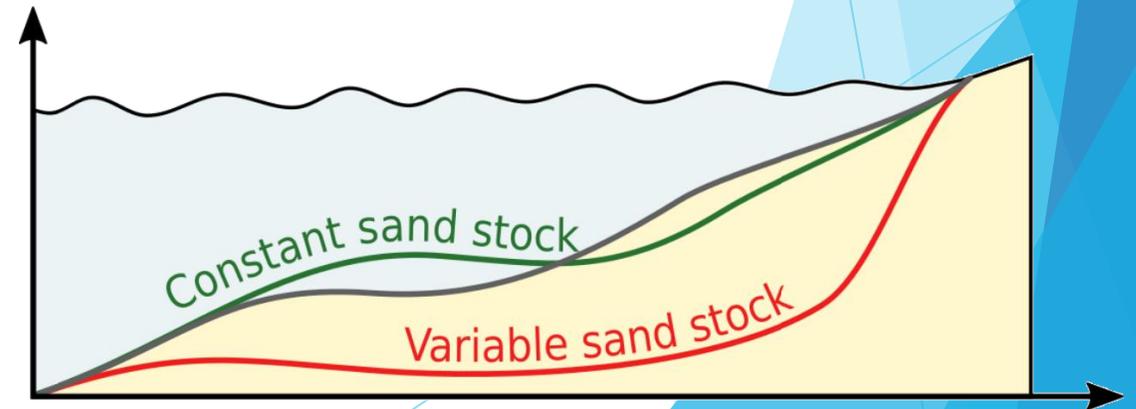


Figure 5. a) Contrainte de pente

► Contrainte de conservation sableuse

$$\int_{\Omega} \psi(t, x) dx = \int_{\Omega} \psi_0(x) dx \quad \forall t \in [0, T]$$



b) Conservation du stock sableux.

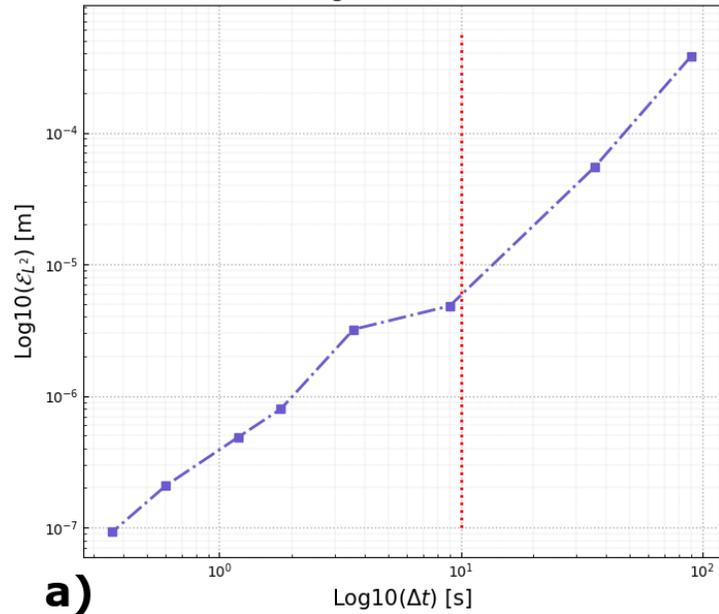
III) Analyses de sensibilité

Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur L

$$\mathcal{E}_{L^2} = \|\psi_{ref} - \psi\|_{L^2} = \left(\int_{\Omega} |\psi_{ref} - \psi|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad [m]$$

Reference simulation at $\Delta t = 0,18$ s

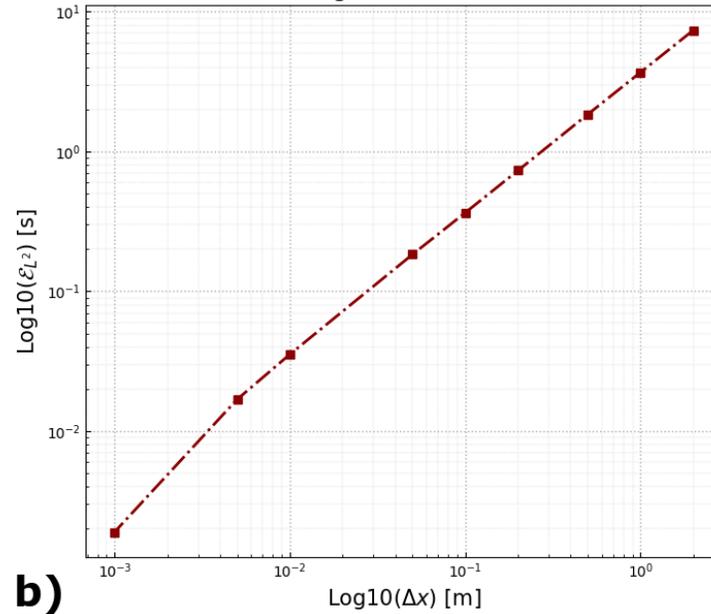
Error \mathcal{E}_{L^2} with respect to ψ_{ref} as a function of time step Δt [s]
 $T_f = 1800$ s, $\Delta x = 1$ m, $H_{max} = 2$ m
Logarithmic scale



a)

Reference simulation at $\Delta x = 0,5$ mm

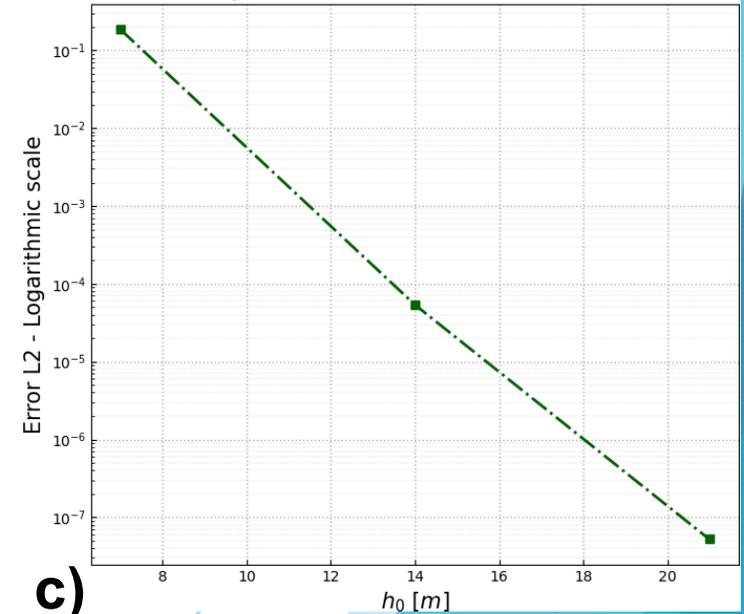
Error \mathcal{E}_{L^2} with respect to ψ_{ref} as a function of spatial step Δx [m]
 $T_f = 1800$ s, $\Delta t = 10$ s, $H_{max} = 2$ m
Logarithmic scale



b)

Reference simulation at $L = 3000$ m

Error L2 as a function of different h_0 with same slope
 $T_f = 7$ day storm, $\Delta s = 400$ s, $\Delta x = 1$ m, $H_{max} = 2$ m



c)

Figure 6. a) Convergence temporelle avec Δt dans $[0,18, 90]$ s b) Convergence spatiale avec Δx dans $[0,001, 2]$ m
c) Convergence en taille de domaine avec L dans $[600, 1200, 1800, 3000]$ m

IV) Applications à un cas Multi-1D

1) Qu'est-ce que le multi-1D ?

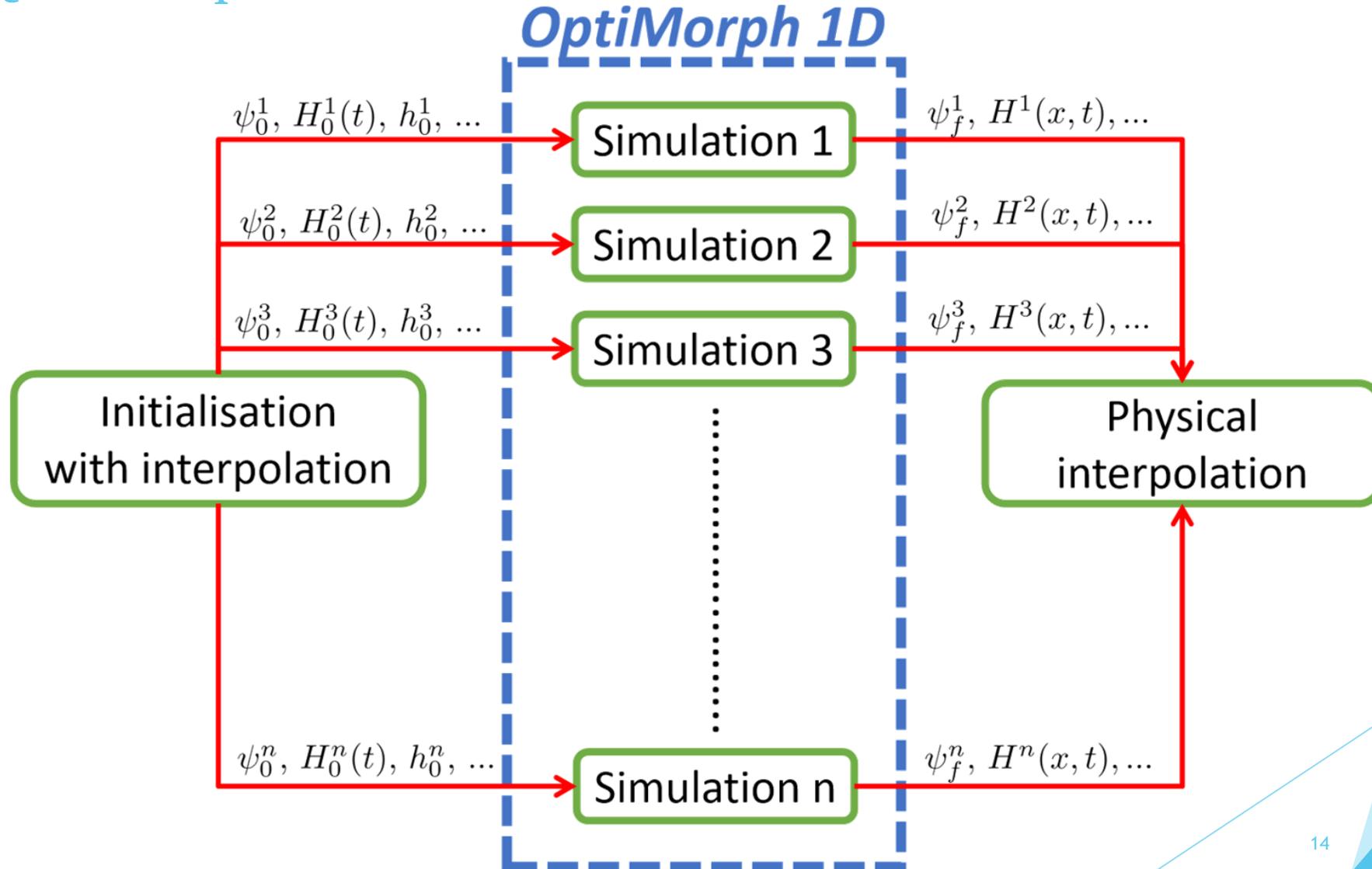


Figure 7) Diagramme de fonctionnement d'OptiMorph en Multi-1D

IV) Applications à un cas Multi-1D

2) Localisation de la simulation au sud de Montpellier

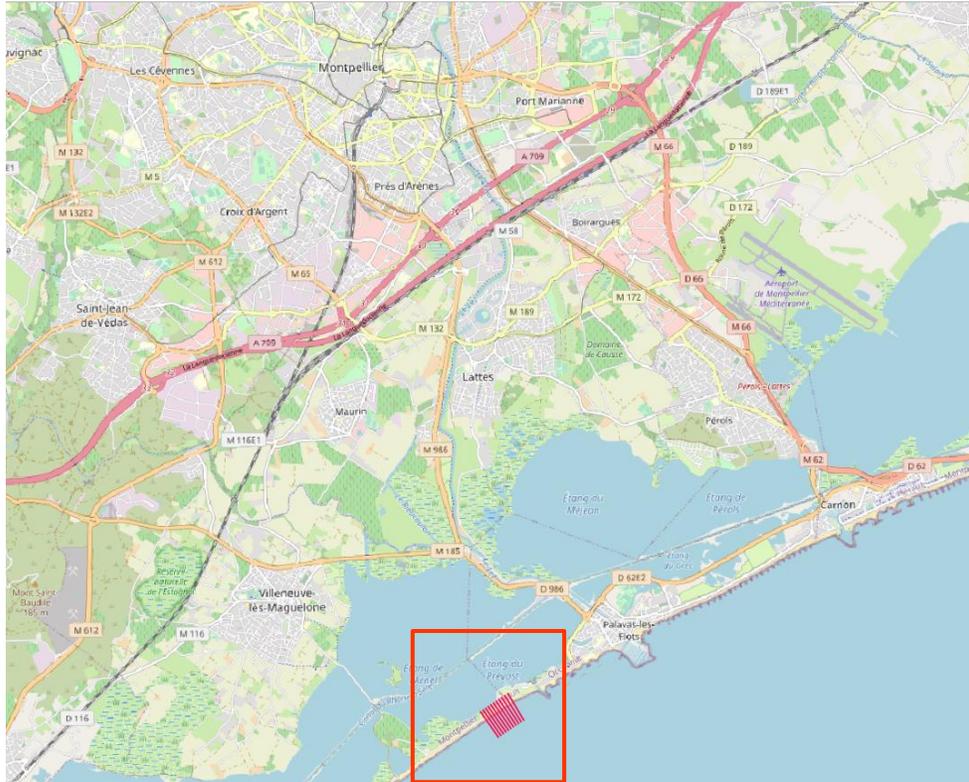


Figure 8) Géographie de la simulation au sud de Montpellier.

IV) Applications à un cas Multi-1D

3) Simulation numérique

- ▶ Simulation d'une tempête de plusieurs jours
- ▶ Ajout d'une structure de protection géotube en forme de gaussienne



Géotube: tube en géotextile
<https://www.archiexpo.fr>

| Physique | Paramètres | Valeurs |
|-----------------------|------------|-----------------------------------|
| Paramètres numériques | Δx | 1 [m] |
| | Δt | 300 [s] |
| | T_f | 604800 [s] (1 semaine) |
| Hydrodynamique | $H_0(t)$ | Gaussienne décentrée |
| | H_{max} | 2 [m] |
| | T_0 | 2 [s] |
| Domaine | L | 500 [m] |
| | h_0 | 4-5 [m] |
| Morphodynamique | ψ | Bathymétrie des transects |
| | γ | $4.25e-4$ [m.s.kg ⁻¹] |

Tab 2. Paramètres de la simulation Multi-1D

IV) Applications à un cas Multi-1D

3) Simulation numérique

- ▶ Calculs parallélisés sur 10 transects représentés en noirs

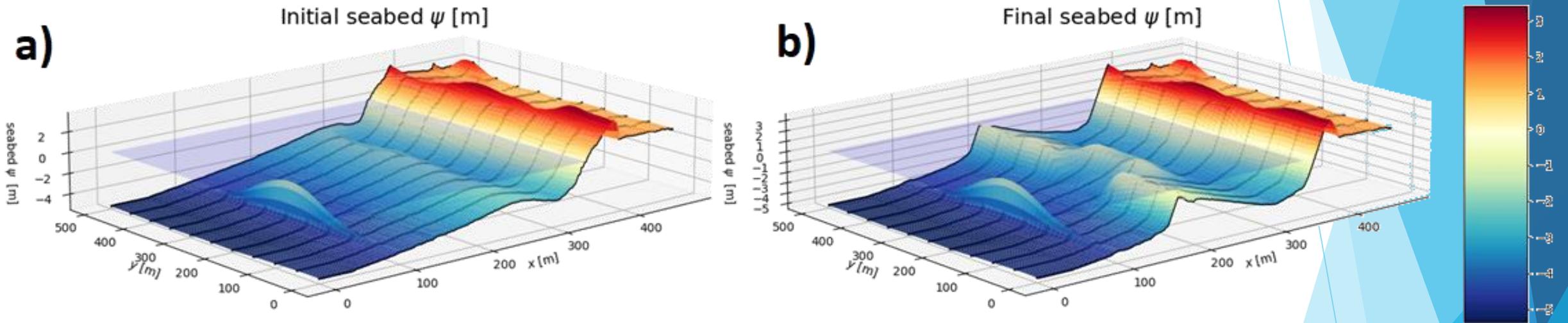


Figure 9. a) Bathymétrie initiale au sud de Montpellier en ajoutant un géotube en forme de gaussienne avec une hauteur maximale de 3m. b) Bathymétrie finale après simulation d'une tempête de plusieurs jours.

- ▶ Déplacement de la barre sédimentaire
- ▶ Similitudes avec des essais expérimentaux

V) Perspectives

- ▶ Implémentation de nouveaux modèles hydrodynamiques couvrant un plus grand nombre de cas d'utilisation
- ▶ Validation des nouveaux modèles hydro-morphodynamique
- ▶ Vers des modèles plus précis par différenciation automatique

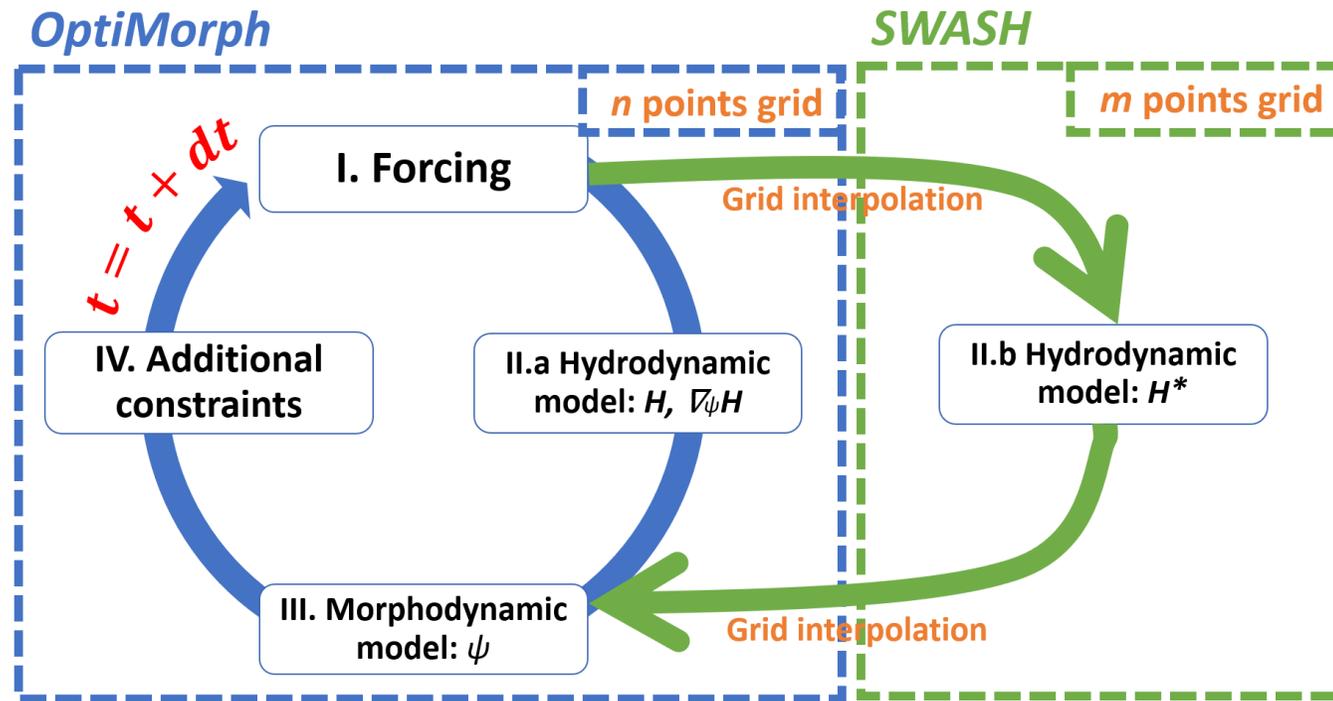


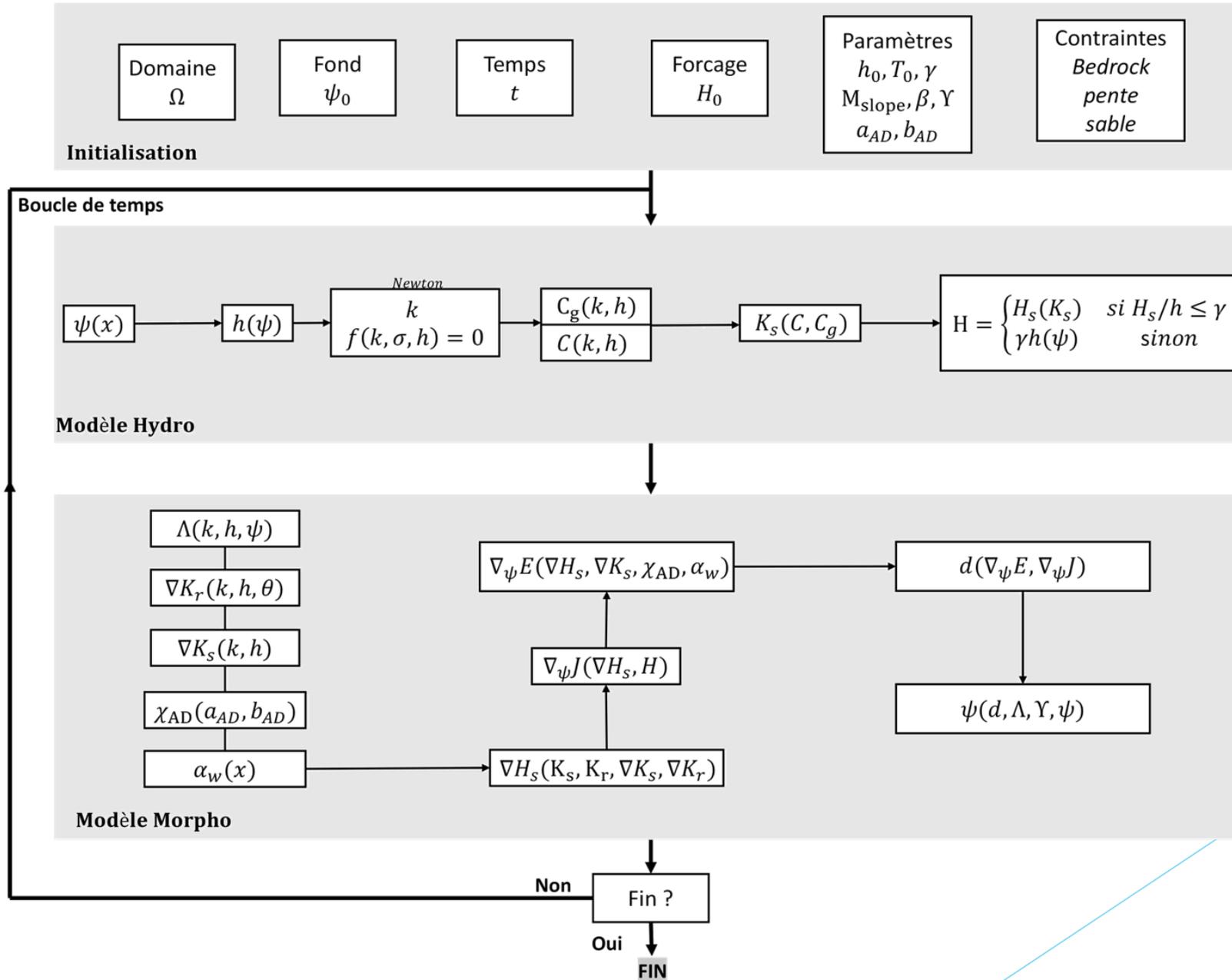
Figure 11) Validation du modèle morphodynamique par l'utilisation d'une hydrodynamique robuste

Merci de votre attention!

Références:

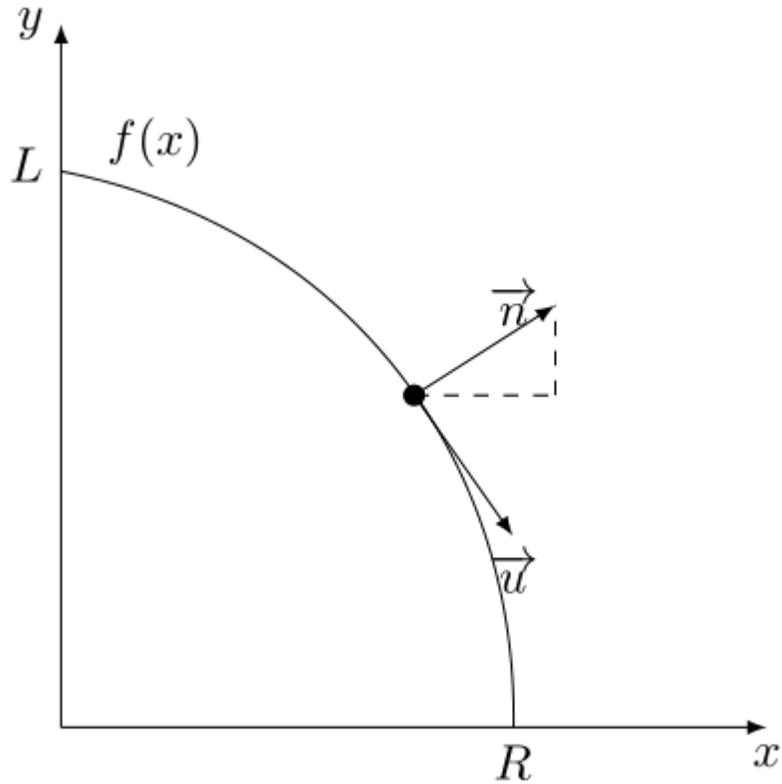
- [1] M. Cook. Calcul optimal pour la modélisation de la dynamique naturelle des plages sableuses et la conception d'ouvrages de défense du littoral à faible impact anthropique. Theses, Université Montpellier, Dec. 2021.
- [2] M. Cook, F. Bouchette, B. Mohammadi, and N. Fraysse. Application of Opti-Morph: Optimized beach protection by submerged geotextile tubes. Sept. 2021.
- [3] M. Cook, F. Bouchette, B. Mohammadi, S. Meulé, and N. Fraysse. Opti-Morph, a new platform for sandy beach dynamics by constrained wave energy minimization. Aug. 2021.
- [4] M. Cook, F. Bouchette, B. Mohammadi, L. Sprunck, and N. Fraysse. Optimal Port Design Minimizing Standing Waves with A Posteriori Long Term Shoreline Sustainability Analysis. *China Ocean Engineering*, 35(6):802–813, Dec. 2021.
- [5] D. Isebe, P. Azerad, F. Bouchette, B. Ivorra, and B. Mohammadi. Shape optimization of geotextile tubes for sandy beach protection. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 74(8):1262–1277, May 2008.
- [6] D. Isebe, P. Azerad, B. Mohammadi, and F. Bouchette. Optimal shape design of defense structures for minimizing short wave impact. *Coastal Engineering*, 55(1):35–46, Jan. 2008.
- [7] D. Isèbe, P. Azérad, F. Bouchette, and B. Mohammadi. Design of Passive Defense Structures in Coastal Engineering. *International Review of Civil Engineering (IRECE)*, 5(2):75, Mar. 2014.
- [8] B. Mohammadi and F. Bouchette. Extreme scenarios for the evolution of a soft bed interacting with a fluid using the Value at Risk of the bed characteristics. *Computers & Fluids*, 89:78–87, Jan. 2014.
- [9] B. Mohammadi and A. Bouharguane. Optimal dynamics of soft shapes in shallow waters. *Computers & Fluids*, 40(1):291–298, Jan. 2011.

Appendix

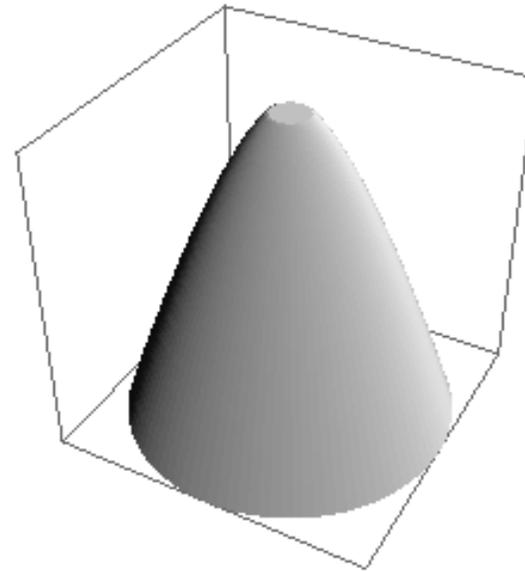


Justification: choice of the cost-function by the Newton's Minimal Resistance Problem

Minimize $F(x, y, y') = \int_0^R \frac{x}{1+y'^2} dx$



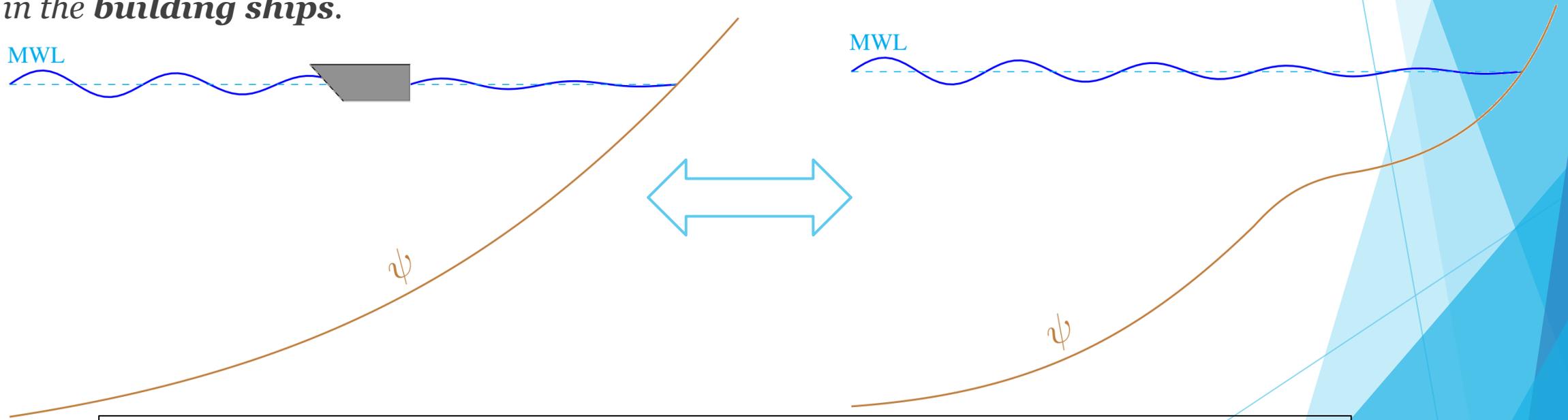
Parametrisation



Optimal configuration

Justification: choice of the cost-function by the Newton's Minimal Resistance Problem

*If in a rare medium, consisting of equal particles freely disposed at equal distances from each other, a globe and a cylinder described on equal diameter move with equal velocities in the direction of the axis of the cylinder, (then) the **resistance** of the globe will be half as great as that of the cylinder I reckon that this proposition will be not without application in the **building ships**.*



Minimizing resistance on the boat (wave, friction)
↔ minimizing the resistance of seabed

II) Présentation du modèle OptiMorph

2) Modèle hydrodynamique amélioré

$$\alpha_W : [0, d_W] \longrightarrow [0, 1]$$

$$x \longmapsto \alpha_W(x) = \frac{x}{d_W}$$

Shoaling à mémoire de vague, multi-déferlement et poids:

$$H(x, t) = \begin{cases} [(1 - \alpha_w(x)) H_0(t) + \alpha_w(x) H_0^w(x, t)] K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \text{ and } x < d_w \\ H_0^w(x, t) K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x, t) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$

$$H_0^w(x, t) = \frac{1}{\int_{x-X}^x w(x-y) dy} \int_{x-X}^x w(x-y) H(y) K(y) dy \quad X = \min(x, d_W, \text{dist}(x, x_B))$$

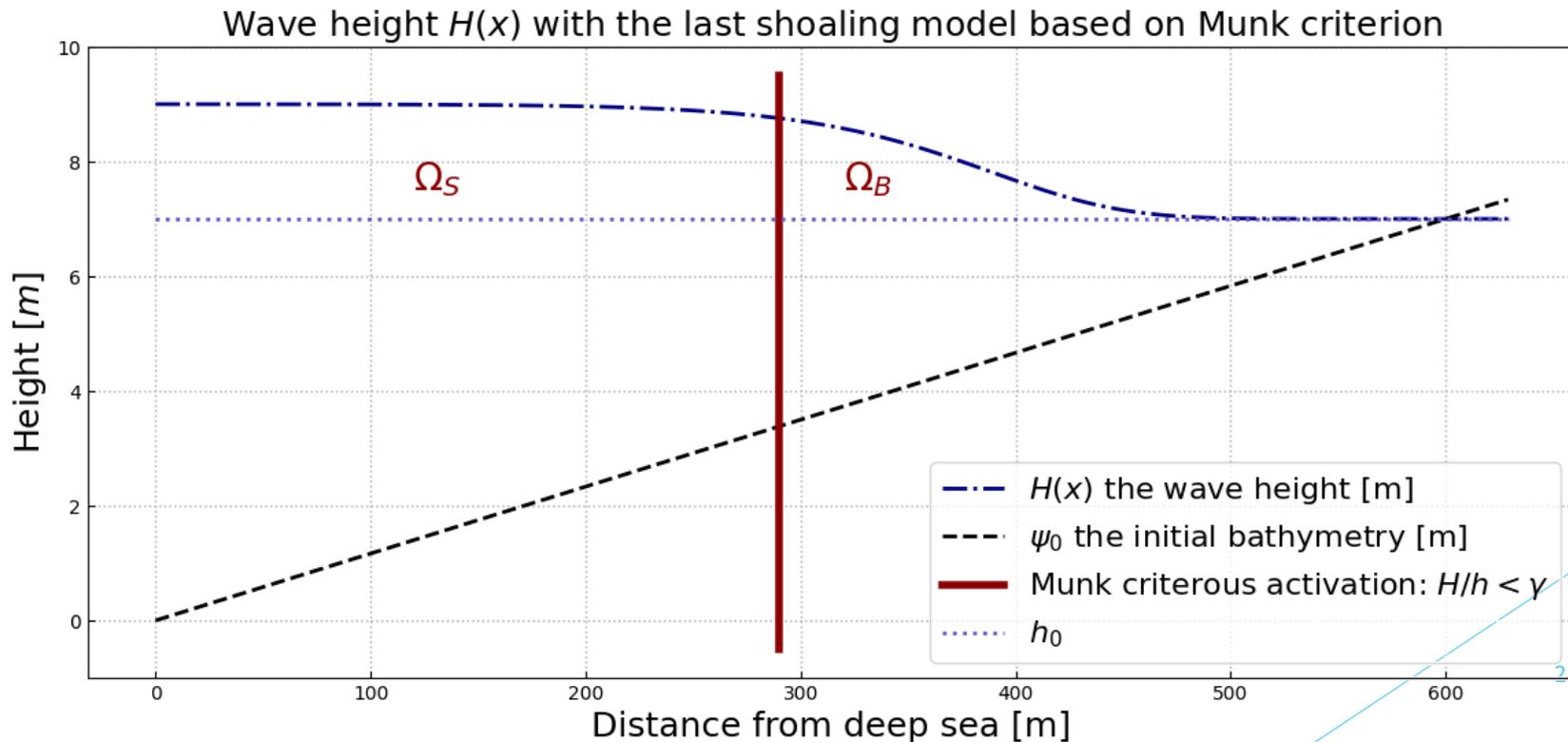


Figure 4. Dernier modèle hydrodynamique basé sur le critère de Shoaling.

II) Présentation du modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique

Governing equations

$$\begin{cases} \psi(t = 0) = \psi_0 \\ \psi_t = \Upsilon \Lambda d \end{cases}$$

ψ_t : evolution of the seabed over time [$m.s^{-1}$]

Υ : abrasion of sand [$m.s. kg^{-1}$]

Λ : excitation of the seabed by the water waves

ψ_0 : initial seabed elevation [m]

$d = -\nabla_{\psi} J$ + constraints : the decent direction [$J.m^{-2}$]

Cost-function

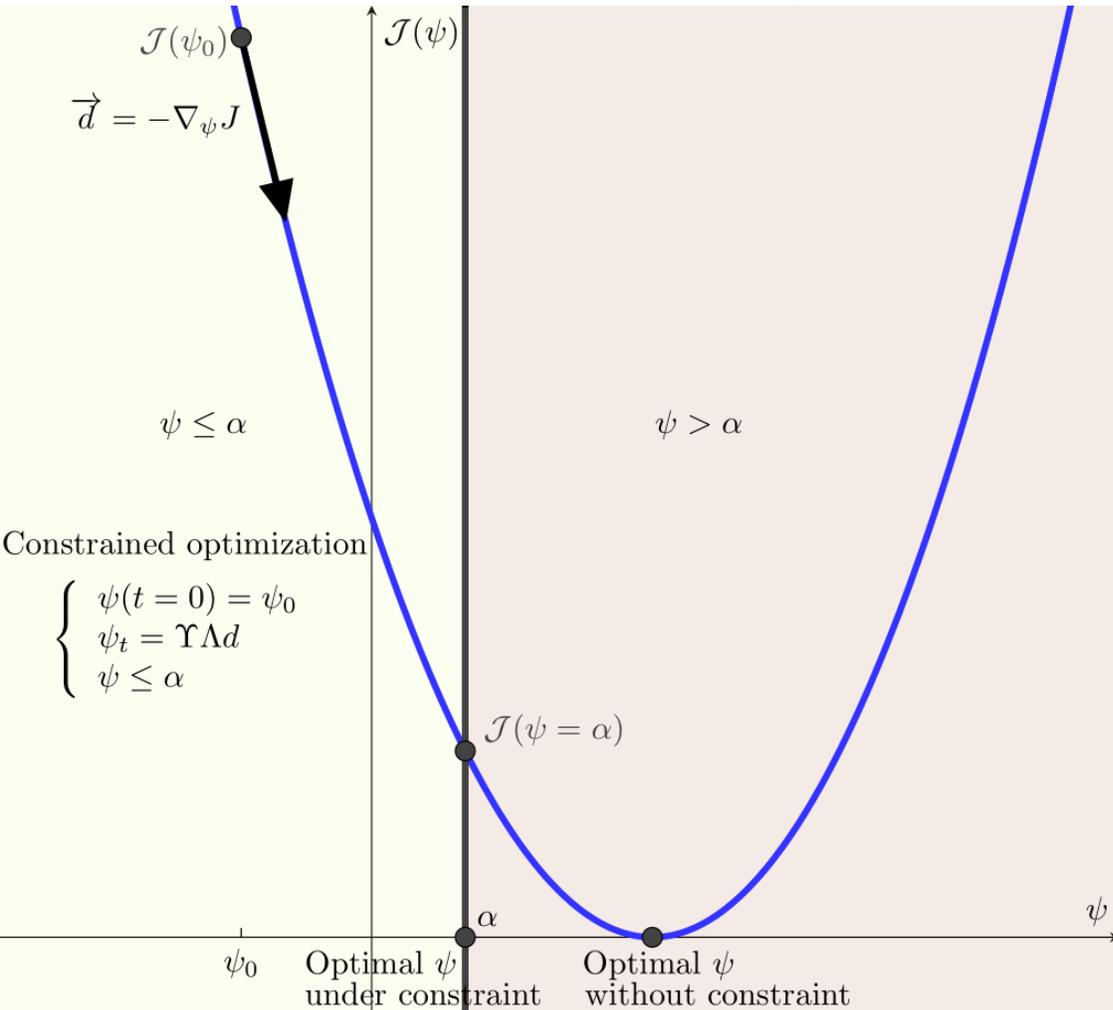
$$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega_S} \rho_w g H^2(\psi, x, t) dx \quad [J.m^{-1}]$$

Ω_S : shoaling zone [m]

ρ_w : water density [$kg.m^{-3}$]

g : gravitational acceleration [$m.s^{-2}$]

H : significant wave height [m]



III) Stabilité et sensibilité

1) Convergence temporelle et spatiale du modèle

▶ Reference simulation with $\Delta t = 0.18$ s

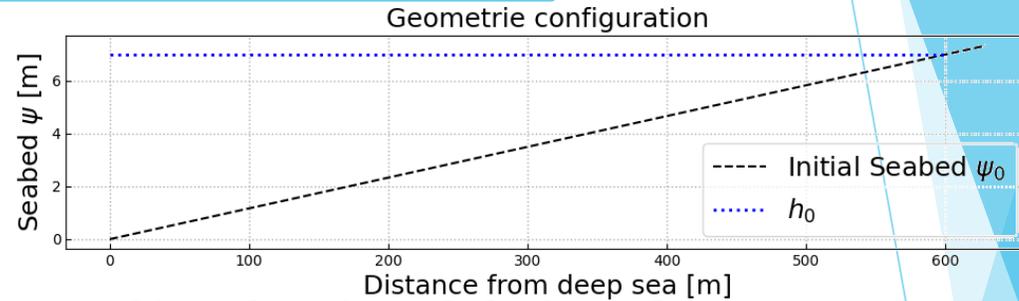
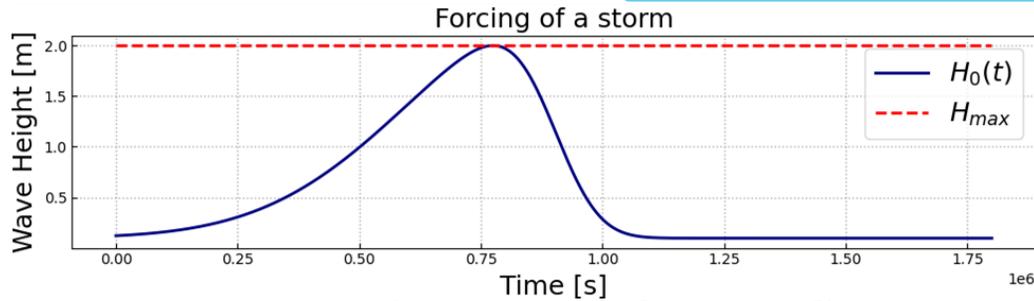
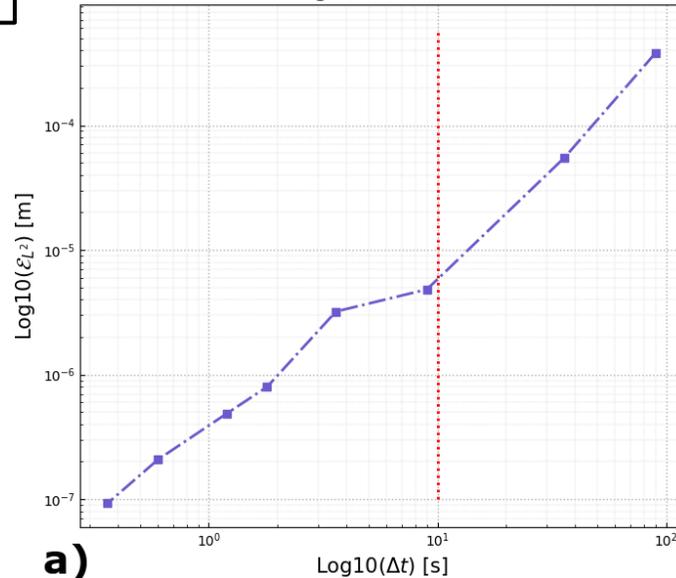


Figure 6. a) Forçage de hauteur d'eau: $H_{max} = 2$ m b) Bathymétrie de linéaire de pente $1e-2$

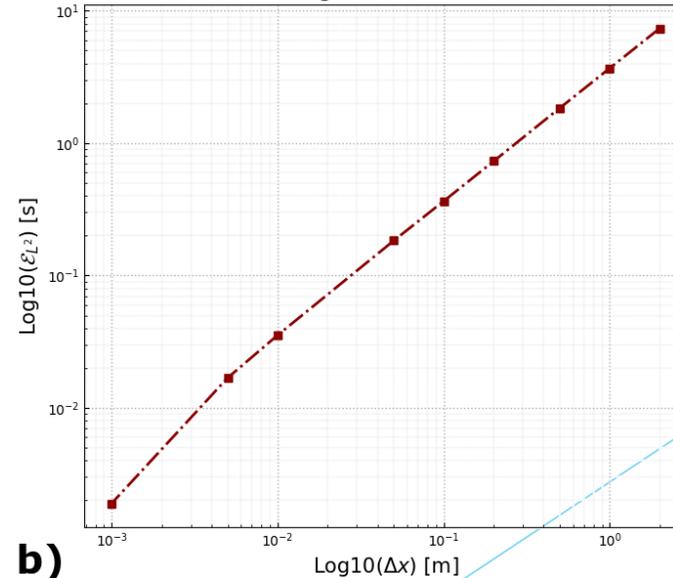
$$\mathcal{E}_{L^2} = \|\psi_{ref} - \psi\|_{L^2}$$

Error \mathcal{E}_{L^2} with respect to ψ_{ref} as a function of time step Δt [s]
 $T_f = 1800$ s, $\Delta x = 1$ m, $H_{max} = 2$ m
 Logarithmic scale



a)

Error \mathcal{E}_{L^2} with respect to ψ_{ref} as a function of spatial step Δx [m]
 $T_f = 1800$ s, $\Delta t = 10$ s, $H_{max} = 2$ m
 Logarithmic scale



b)

Figure 7. a) Convergence temporelle avec Δt dans $[0.18, 90]$ s b) Convergence spatiale avec Δx dans $[0.001, 2]$ m.

III) Analyse de sensibilité

Sensibilité sur les forçages du modèle

Evolution of ψ as a function of different h_0 with same slope
 $T_f = 7$ day storm, $\Delta s = 400$ s, $\Delta x = 1$ m, $H_{max} = 2$ m

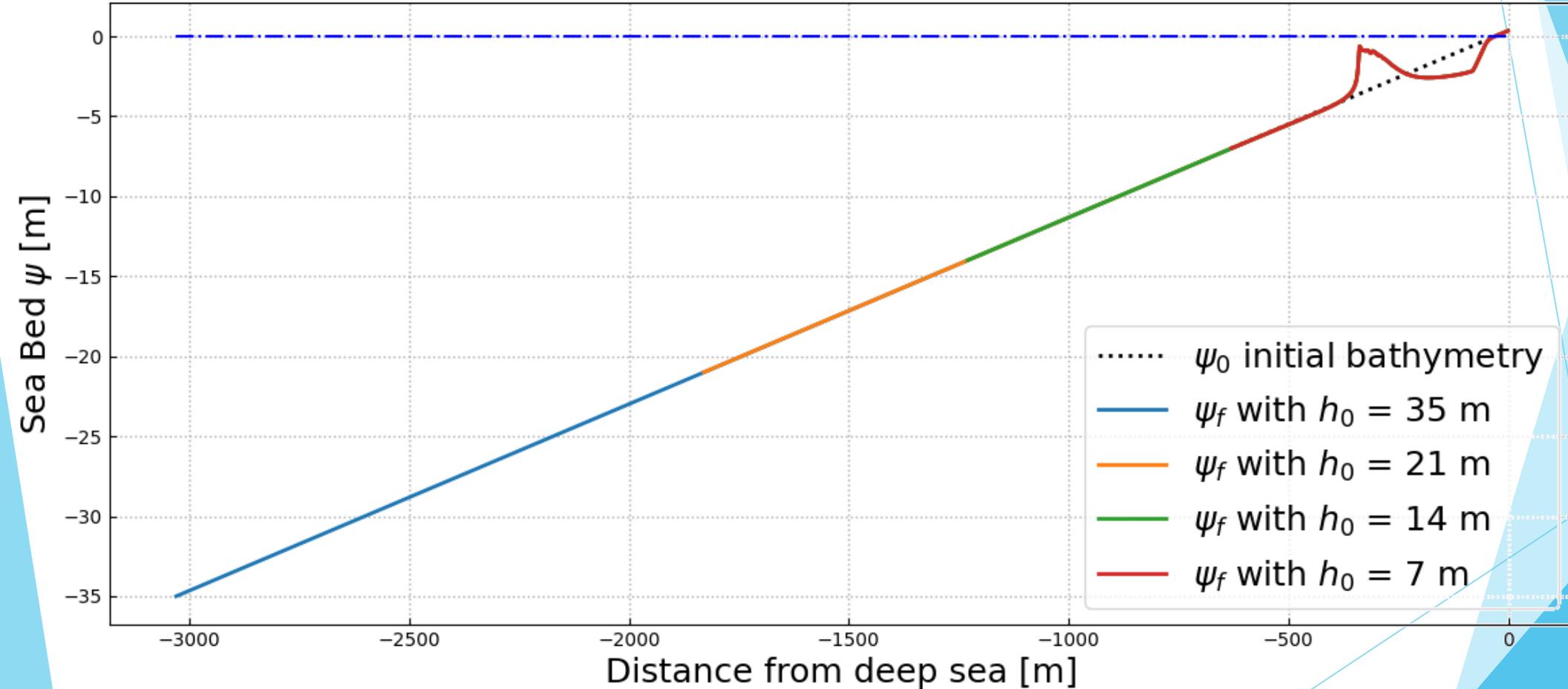


Figure 6) Affichage des différents profils de fond finaux pour des domaines de tailles [600, 1200, 1800, 3000]m correspondant à des hauteurs d'eau au large de $h_0 = [7, 14, 21, 35]$ m.

III) Stabilité et sensibilité

2) Convergence sur les forçages du modèle

▶ Reference simulation at $h_0 = 35$ m

$$\mathcal{E}_{L^2} = \|\psi_{ref} - \psi\|_{L^2}$$

Error L2 as a function of different h_0 with same slope
 $Tf = 7$ day storm, $\Delta s = 400$ s, $\Delta x = 1$ m, $H_{max} = 2$ m

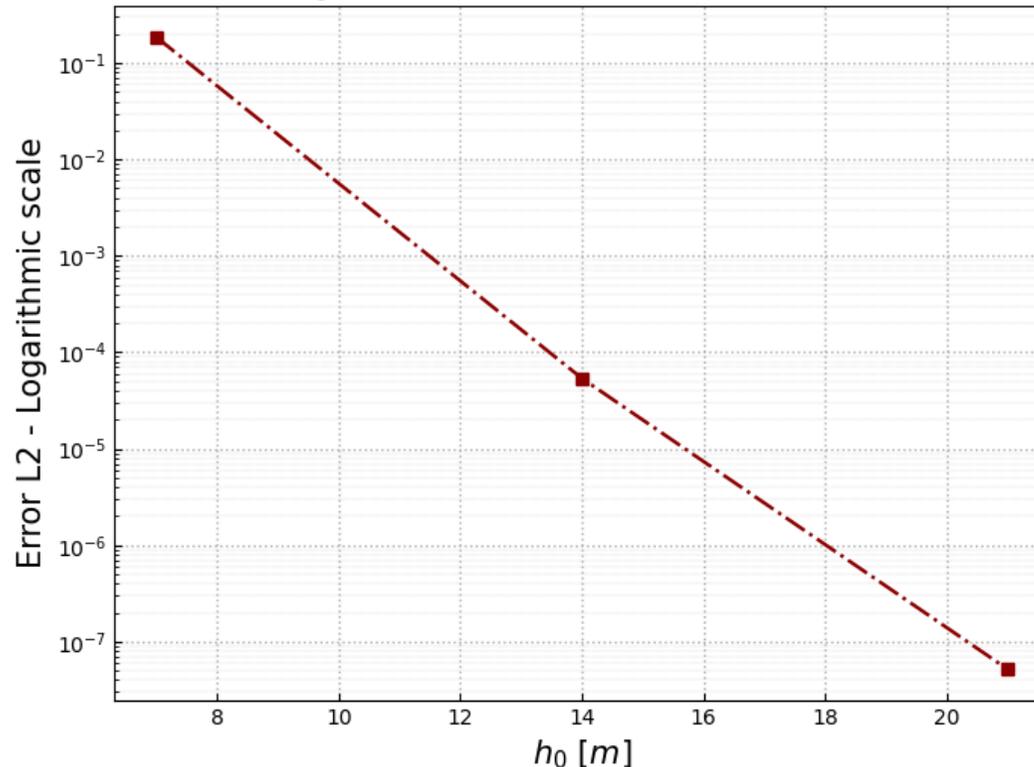


Figure 9) Erreur L2 en comparant chaque simulation à la solution de référence correspondant au domaine de 3000 m (le plus long, représente les conditions en eau profonde).

Final seabed ψ [m]

